

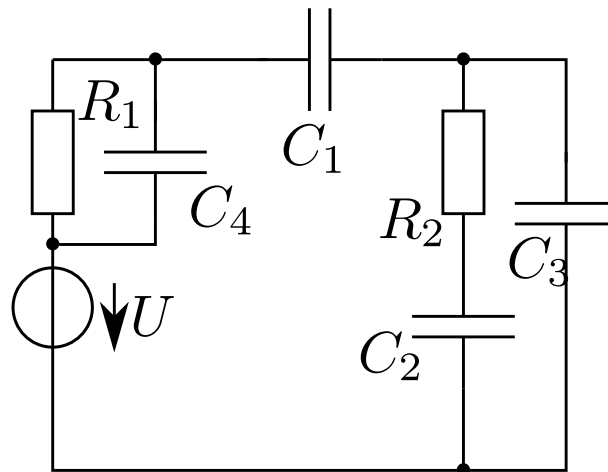
Grundlagen der Elektrotechnik I

Duale Hochschule Karlsruhe

Dozent: Prof. Dr.-Ing. Gerald Oberschmidt

10 Kapazitäten im eingeschwungenen (DC) Zustand

10.1 Ladung



Berechnen Sie die Ladung Q_2 auf C_2 !

Lösung: Die Widerstände können vernachlässigt werden, da kein Strom fließt, allein C_1 kann dieses verhindern. C_4 ist zudem über R_1 nach langer Zeit entladen. Es folgt also für die Ladung auf C_2 zunächst nach dem Spannungsteiler

$$U_2 = U \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$Q_2 = U \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Alternativ kann die Aufgabe recht gut mit dem Ladungsteiler berechnet werden. Die Argumente wie oben gelten weiter. Es ergibt sich dann für die (wirksame) Gesamtkapazität und die Ladung

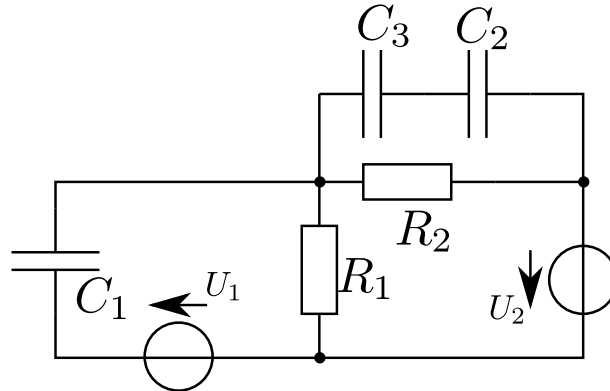
$$C_{ges} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$Q_{ges} = UC_{ges} = U \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

und diese Ladung ist auf C_1 und $C_2 + C_3$ vorhanden. Auf C_2 ist nun die zwischen C_2 und C_3 geteilte Gesamtladung, also

$$Q_2 = Q_{ges} \frac{C_2}{C_2 + C_3} = U \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2 + C_3}$$

10.2 Widerstände und Kapazitäten



Berechnen Sie in der gegebenen Schaltungen Spannung U_3 und Ladung Q_3 über bzw. auf der Kapazität C_3 .

Lösung: Die Spannungsverhältnisse werden allein durch die Widerstände R_1 und R_2 sowie für die rechte Seite allein von U_2 bestimmt. Rechts kann U_1 keinen Beitrag beisteuern, da von dieser Quelle kein Strom gezogen wird. Es folgt also

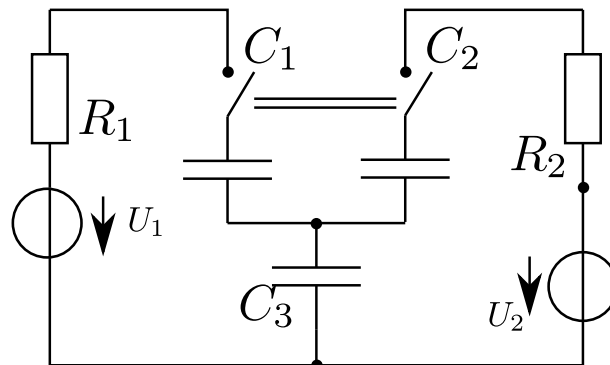
$$U_{C3} = U_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \frac{C_2}{C_2 + C_3}$$

$$Q_{C3} = U_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

Die Spannung über C_1 ist aber von beiden Spannungsquellen bestimmt:

$$U_{C1} = U_1 + U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

10.3 Schalten zwischen Kapazitäten



Die Kapazitäten $C_1 = 3 \text{ nF}$, $C_2 = 5 \text{ nF}$ und $C_3 = 6 \text{ nF}$ enthalten keine Ladung. Die vorhandenen Spannungsquellen liefern die Spannungen $U_1 = 120 \text{ V}$ und $U_2 = 80 \text{ V}$ über die jeweiligen Innenwiderstände $R_1 = R_2 = 10 \Omega$.

Welche Spannungen U_{C1}, U_{C2}, U_{C3} liegen lange nach dem Schließen des Schalters an den Kapazitäten an?

Lösung: Es können die Maschengleichungen und die Knotengleichung aufgestellt werden:

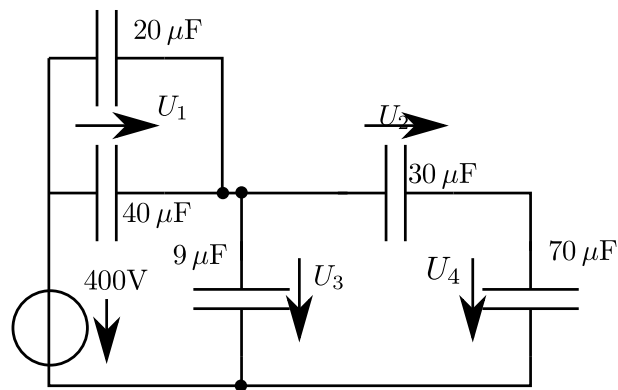
$$\begin{aligned}
 U_1 &= U_{C1} + U_{C3} \\
 U_2 &= U_{C2} + U_{C3} \\
 I_{C1} + I_{C2} &= I_{C3} \\
 \text{bzw. } Q_{C1} + Q_{C2} &= Q_{C3} \\
 \Leftrightarrow C_3 U_{C3} &= C_1 U_{C1} + C_2 U_{C2}
 \end{aligned}$$

Dieses gesamte Gleichungssystem kann nun aufgestellt und gelöst werden, so dass

$$\begin{aligned}
 C_3 U_{C3} &= C_1 (U_1 - U_{C3}) + C_2 (U_2 - U_{C3}) \\
 \Leftrightarrow U_{C3} &= \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2 + C_3} = 54,29 \text{ V} \\
 U_{C1} &= 65,7 \text{ V} \\
 U_{C2} &= 25,7 \text{ V}
 \end{aligned}$$

herauskommt.

10.4 Netzwerk aus Kapazitäten



Bestimmen Sie alle Spannungen auf den Kapazitäten! Wie groß sind die gespeicherten Energien?

Lösung: Die Kapazitäten vereinfachen (lassen sich zusammenfassen) wie folgt:

$$\begin{aligned}
 C_{34} &= \frac{30 \cdot 70}{30 + 70} \mu\text{F} = 21 \mu\text{F} \\
 C_{234} &= 30 \mu\text{F} \\
 C_1 &= (20 + 40) \mu\text{F} = 60 \mu\text{F}
 \end{aligned}$$

Damit sind dann die Spannungen

$$U_1 = U_0 \frac{C_{234}}{C_{234} + C_1} = 400 \text{ V} \frac{30}{30 + 60} = 133 \frac{1}{3} \text{ V}$$

$$U_3 = 400 \text{ V} - U_1 = 266 \frac{2}{3} \text{ V}$$

$$U_2 = U_3 \frac{70}{100} = 186 \frac{2}{3} \text{ V}$$

$$U_4 = 266 \frac{2}{3} \text{ V} - 186 \frac{2}{3} \text{ V} = 80 \text{ V}$$

Die Energien sind entsprechend über $W = CU^2/2$ zu berechnen:

$$W_{1a} = \frac{8}{45} \text{ J} = 0,1778 \text{ J}$$

$$W_{1b} = \frac{16}{45} \text{ J} = 0,3556 \text{ J}$$

$$W_2 = \frac{8}{25} \text{ J} = 0,32 \text{ J}$$

$$W_3 = \frac{196}{375} \text{ J} = 0,5227 \text{ J}$$

$$W_4 = \frac{28}{125} \text{ J} = 0,224 \text{ J}$$