

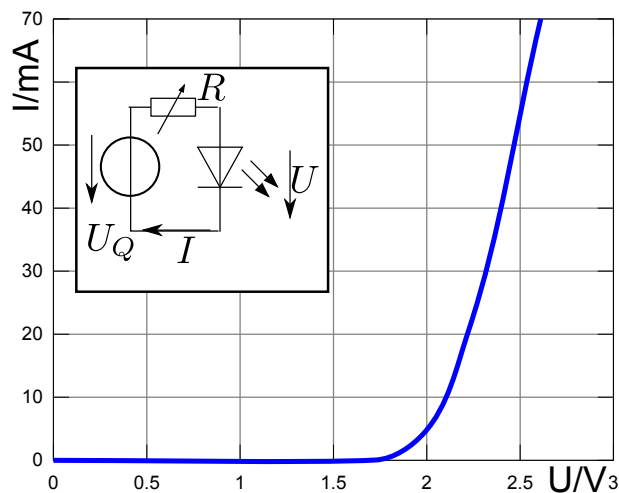
## Grundlagen der Elektrotechnik I

### Duale Hochschule Karlsruhe

Dozent: Prof. Dr.-Ing. Gerald Oberschmidt

## 9 Berechnung von Kreisen mit nichtlinearen Elementen und gesteuerten Quellen

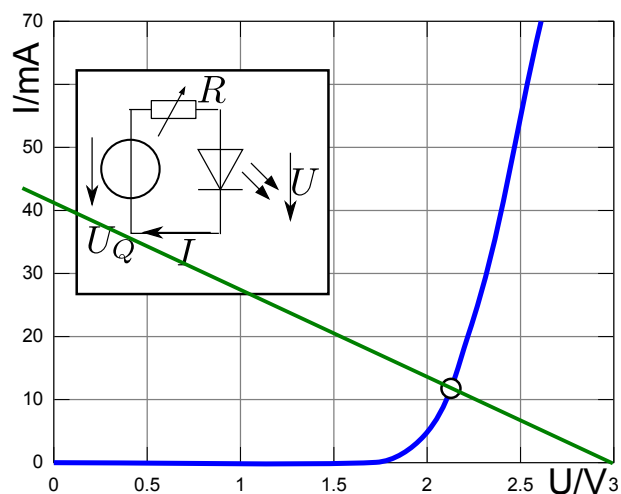
### 9.1 Leuchtdiode



Eine Leuchtdiode in gezeigter Schaltung mit gegebener Kennlinie soll niedrig angesteuert werden. Die Quellenspannung beträgt  $U_Q = 3\text{ V}$ .

- (a) Bestimmen Sie den Arbeitspunkt der LED so, dass in ihr  $P_{LED} = 25\text{ mW}$  verbraucht werden.

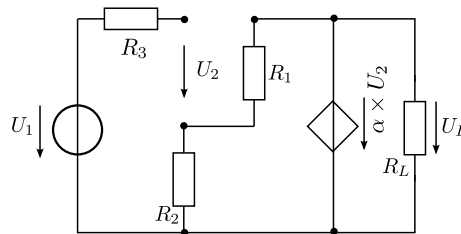
**Lösung:**



Bei ca.  $U = 2,2\text{ V}$ ,  $I = 12\text{ mA}$  ist dieses erfüllt, dann werden ca.  $P = 26\text{ mW}$  verbraucht.

- (b) Dimensionieren Sie den Innenwiderstand  $R$  so, dass die o.g. Bedingungen erfüllt werden!  
**Lösung:** Die gezeigte Gerade durch den Punkt der Leerlaufspannung  $U = 3\text{ V}$  und den Arbeitspunkt ergibt einen Kurzschlussstrom der Quelle von  $I_K \approx 42\text{ mA}$ . Der Innenwiderstand muss daher  $R \approx 70\ \Omega$  betragen.
- (c) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad (nur den elektrischen) der Schaltung!  
**Lösung:** Insgesamt werden der Quelle  $P_Q = 12\text{ mA} \times 3\text{ V} = 36\text{ mW}$  entnommen und ca.  $P = 26\text{ mW}$  an Leistung in der LED umgesetzt. Der Wirkungsgrad ist damit  $\eta = P/P_Q = 72\%$ .

## 9.2 Spannungsgesteuerte Quelle



Die Ausgangsspannung  $U_L$  in oben stehender Schaltung ist zu berechnen.

- (a) Geben Sie  $U_L$  als Funktion der gegebenen anderen Parameter an!  
**Lösung:** Unmittelbar ersichtlich ist, dass  $U_L = \alpha \times U_2$  ist. Ein Spannungsumlauf am Eingangskreis ergibt  $U_2 = U_1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \alpha U_2$ , wobei der Spannungsteiler aus  $R_1$  und  $R_2$  verwendet wurde. Wir lösen o.g. Gleichung nach  $U_2$  auf und bekommen mit der ersten Gleichung

$$U_L = \alpha U_2 = \alpha \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2(\alpha + 1)} U_1$$

- (b) Wie groß ist die Spannungsverstärkung  $U_L/U_1$  für den Fall, dass  $\alpha \rightarrow \infty$  wird?  
**Lösung:** In diesem Grenzübergang wird

$$\frac{U_L}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

- (c) Berechnen Sie für diesen Fall die steuernde Spannung  $U_2$ !  
**Lösung:** Aus dem Spannungsteiler mit der berechneten Information ergibt sich der Spannungsabfall am Widerstand  $R_2$  zu

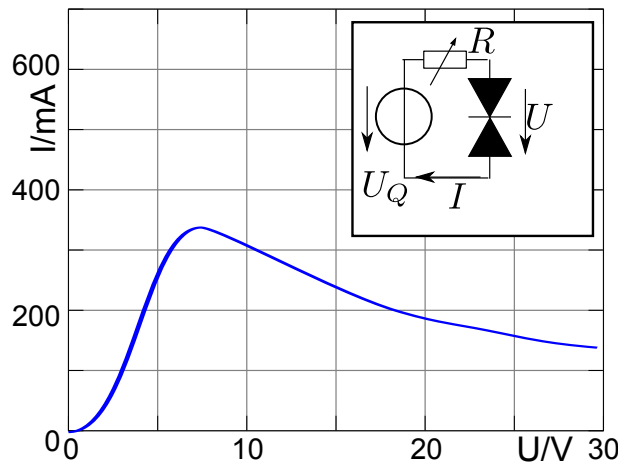
$$U_{R2} = U_L \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1 + R_2}{R_2} = U_1$$

Und damit ist natürlich  $U_2 = 0$ . Dieses ist eine allgemeingültige Regel bei gesteuerten Spannungsquellen (Operationsverstärkern) mit ideal unendlicher Verstärkung  $\alpha$  und einer Rückkopplung. Es wird sich immer ein Zustand einstellen, bei dem durch die Spannung am Ausgang über die Rückkopplung am Eingang die Spannung kompensiert wird.

(d) Kommentieren Sie den Einfluss von  $R_L$ !

**Lösung:** Da die gesteuerte Spannungsquelle ideal ist, hat  $R_L$  keinen Einfluss. Dieses würde sich ändern, wenn die Quelle mit  $\alpha U_2$  einen Innenwiderstand hätte, dann wäre sie natürlich nicht mehr in der Lage über jedem beliebigen Lastwiderstand ihre Spannung zu halten.

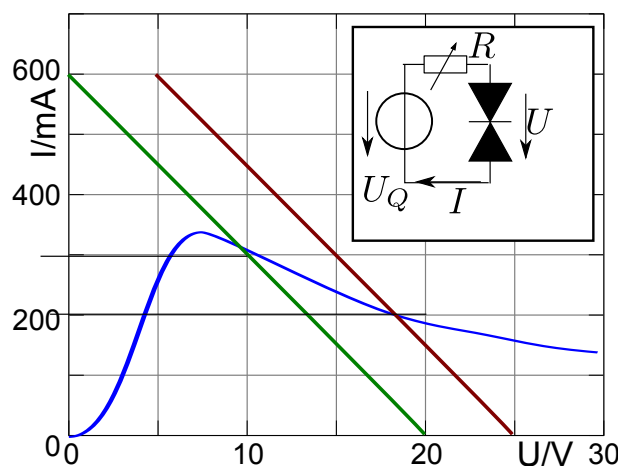
### 9.3 Differentieller (Kleinsignal) Widerstand



Eine einfache Schaltung mit einem nichtlinearen Element ist vorgegeben. Für die Interessierten: Es handelt sich dabei um eine Gunn-Diode, wie sie zur Erzeugung von Signalen im Mikrowellenbereich oberhalb 10 GHz verwendet werden kann. Diese Schaltung soll dimensioniert werden.

(a) Die Leerlaufspannung der Quelle beträgt  $U_Q = 20$  V. Bestimmen Sie den Innenwiderstand  $R$  so, dass die Diode am Arbeitspunkt mit  $U = 10$  V und  $I = 300$  mA betrieben werden kann!

**Lösung:**



Gemäß Graphik ist ein Kurzschlussstrom von ca.  $I_K = 600$  mA notwendig. Daher muss der Innenwiderstand  $R = U_Q / I_K = 33 \Omega$  betragen.

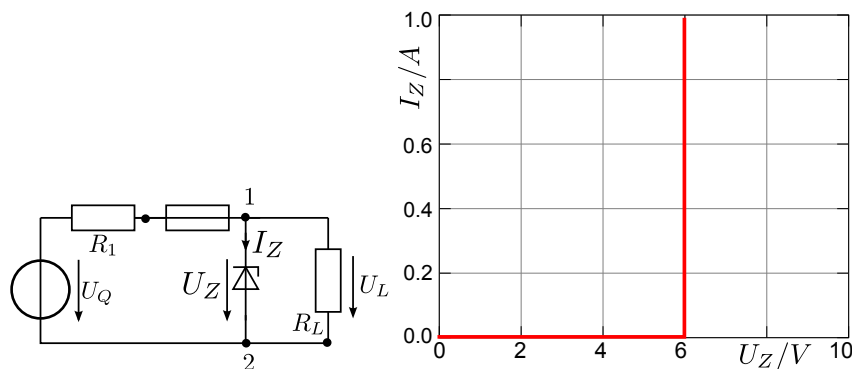
- (b) Die Spannung  $U_Q$  wird auf  $U_Q = 25\text{ V}$  erhöht. Geben Sie nun die Arbeitsgerade an, bestimmen Sie den neuen Arbeitspunkt und geben Sie den Kleinsignalwiderstand an (berechnet aus der Steigung der Geraden zwischen den AP)!

**Lösung:** Siehe Graphik ergibt sich die neue Arbeitsgerade durch Parallelverschiebung der ersten. Der AP ist  $U = 18\text{ V}$ ,  $I = 200\text{ mA}$ . Daraus ergibt sich eine Differenz zum ersten AP von  $\Delta U = 8\text{ V}$ ,  $\Delta I = -100\text{ mA}$ . Der differentielle Widerstand ist also  $r = \Delta U / \Delta I = -80\ \Omega$ .

- (c) Wie würden Sie dieses Kleinsignalverhalten beschreiben?

**Lösung:** Der negative differentielle Widerstand beschreibt im Prinzip eine Leistungsquelle im Kleinsignalersatzschaltbild. Dieses wird ausgenutzt, denn durch dieses Verhalten kommt es zu einer Oszillation, die im Mikrowellenbereich stattfindet. Es entsteht ein sehr hochfrequentes Signal mit erklecklicher (Kleinsignal  $800\text{ mW}$ ) Leistung.

## 9.4 Überspannungssicherung



Eine empfindliche elektronische Schaltung, die durch den Widerstand  $R_L$  beschrieben wird, soll durch die o.g. Schaltung mittels Zenerdiode mit einer konstanten Spannung versorgt und vor Überspannung durch Fehlbedienung gesichert werden. Die Zenerdiode wird durch eine idealisierte Kennlinie beschrieben. Die Sicherung sei widerstandslos und schmelze bei  $I_S = 400\text{ mA}$ . Der Innenwiderstand der Quelle beträgt  $R_1 = 10\ \Omega$  und die Last hat einen Widerstand von  $R_L = 60\ \Omega$ .

- (a) Bestimmen Sie die Ersatzspannungsquelle des linearen Schaltungsteils (allgemein und mit  $U_Q = 8\text{ V}$ )!

**Lösung:** Einfach eine Spannungsquelle mit Mit den o.g. Widerstandsverhältnissen ergibt sich bzgl. der Klemmen 1-2 eine Spannungsquelle mit

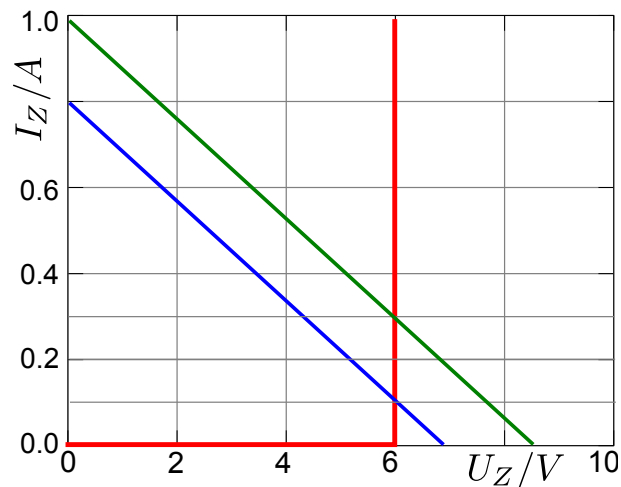
$$U_{LL} = \frac{R_L}{R_L + R_1} U_Q = 6,857\text{ V}$$

$$R_I = \frac{R_L R_1}{R_L + R_1} = 8,571\ \Omega$$

$$I_{KS} = 800\text{ mA}$$

- (b) Bestimmen Sie die Arbeitsgerade dieser Ersatzspannungsquelle und bestimmen Sie den Strom durch die Zenerdiode bei  $U_Q = 8\text{ V}$ !

**Lösung:** Siehe Graphik:



Abgelesen fließt ein Strom von  $I_Z \approx 100 \text{ mA}$ .

Oder durch einfache Berechnung: Es müssen durch  $R_L$  100 mA fließen, damit dort die geforderten 6 V abfallen. Damit müssen an dem Innenwiderstand  $R_1$  2 V abfallen, also 200 mA hindurch fließen. Der Strom dafür sind 200 mA, also 100 mA als durch  $R_L$ , und diese gehen eben durch die Diode.

- (c) Wie groß ist der Gesamtstrom durch die Sicherung?

**Lösung:** Argumentation siehe auch oben.

Durch die Diode fließen  $I_Z = 100 \text{ mA}$  und durch die Last fließen noch  $I_L = 6 \text{ V}/R_L = 200 \text{ mA}$ . Somit fließen insgesamt  $I_S = 200 \text{ mA}$  durch die Sicherung.

- (d) Bestimmen Sie zeichnerisch, bei welcher Quellenspannung  $U_Q$  die Sicherung schmelzen wird!

**Lösung:** Die Sicherung löst bei  $I_S = 400 \text{ mA}$  aus. Konstant  $I_L = 100 \text{ mA}$  fließen durch die Last. Wenn also mehr als  $I_Z = I_S - I_L = 300 \text{ mA}$  durch die Diode fließen, wird die Sicherung auslösen. Das ist (grüne Linie).

Abgelesen ergibt sich eine Leerlaufspannung der Ersatzquelle von  $U'_{LL} = 8,5 \text{ V}$  bzw. ein Kurzschlussstrom von 1 A. Dieses ergibt also eine Quellenspannung  $U'_Q = 7/6 \times U'_{LL} = 9,92 \text{ V}$ .

Oder rechnerisch heißt es, dass 400 mA durch  $R_1$  fließen und dort für 4 V Spannungsabfall sorgen. die Gesamtspannung der Quelle beträgt also 10 V.

- (e) Welche Leistung muss die Zenerdiode dann mindestens aushalten und wie ist der Wirkungsgrad, also das Verhältnis der Leistung in der Last zur Gesamtleistung, die der Quelle entnommen wird?

**Lösung:**

Leistung in der Last ist immer  $P_L = U_Z^2/R_L = 6^2/60 \text{ W} = 0,6 \text{ W}$

Betrachtung für 8 V:

Leistung in der Zenerdiode ist  $P_Z = U_Z \times I_Z = 6 \times 0,1 \text{ W} = 0,6 \text{ W}$ . Und Leistung aus der Quelle ist  $P_Q = 0,2 \times 8 \text{ W} = 1,6 \text{ W}$ . Der Wirkungsgrad ist dann  $\eta = 37,5 \%$ .

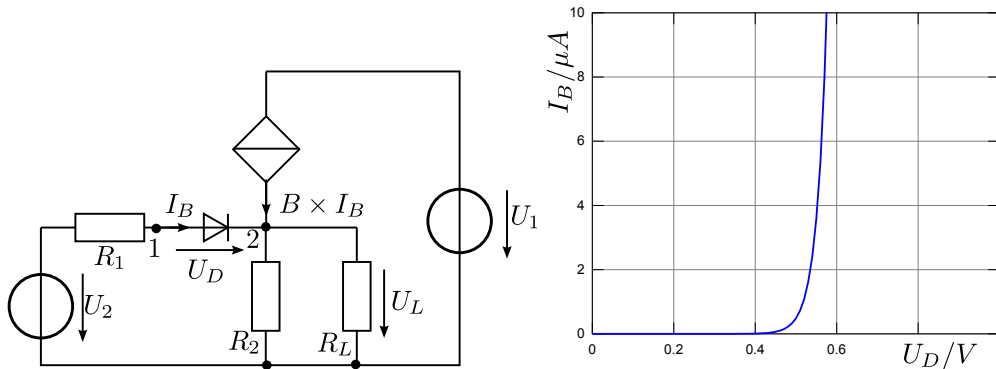
Betrachtung für 10 V:

Leistung in der Zenerdiode ist  $P_Z = U_Z \times I_Z = 6 \times 0,3 \text{ W} = 1,8 \text{ W}$ . Und Leistung aus der Quelle ist  $P_Q = 0,4 \times 10 \text{ W} = 4 \text{ W}$ . Der Wirkungsgrad ist dann  $\eta = 15 \%$ .

- (f) Wo ist die Leistung, die nicht in der Diode oder der Last verbraucht wird und wie groß ist diese?

**Lösung:** Dieser Anteil der Gesamtleistung wird natürlich in dem Innenwiderstand der Quelle verbraucht. Bei einem Spannungsabfall von  $U_i = 4 \text{ V}$  sind das  $P_i = 1,6 \text{ W}$  bei 10 V Betriebsspannung. Damit stimmt dann auch die gesamte Leistungsbilanz wieder.

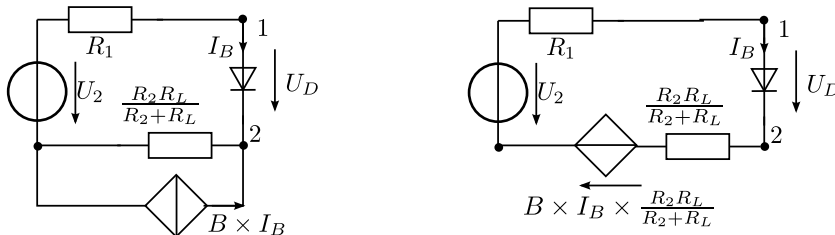
## 9.5 Einfache Transistorschaltung



Gegeben ist das (sehr) vereinfachte Ersatzschaltbild eines Transistors in Kollektor (Emitterfolger) Schaltung. Das Ziel ist es, die Ausgangsspannung  $U_L$  zu ermitteln. Die Parameter der Schaltung sind wie folgt:  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_L = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $B = 100$ ,  $U_1 = 5 \text{ V}$ ,  $U_2 = 1 \text{ V}$

- (a) Vereinfachen Sie den linearen Teil der Schaltung nach der Zweipoltheorie (Ersatzspannungsquelle) bzgl. der Klemmen 1 und 2.

**Lösung:** Die Lösung erfolgt graphisch und ist wie folgt dargestellt:



Die Werte sind

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \text{ k}\Omega, \\ \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} &= 1 \text{ k}\Omega, \\ B \times I_B \times \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} &= 100 \text{ k}\Omega \times I_B. \end{aligned}$$

In einfachster Betrachtung kann die gesteuerte Quelle als Widerstand betrachtet werden, denn es ist eine Spannungsquelle, die ihren Spannungsabfall proportional zur durchfließenden Stromstärke steuert. Dann besteht der ganze Kreis nur noch aus einer Quelle  $U_2$  und

einem zusammengefassten Widerstand

$$R_i = B \times \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} + \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} + R_1 = 111 \text{ k}\Omega$$

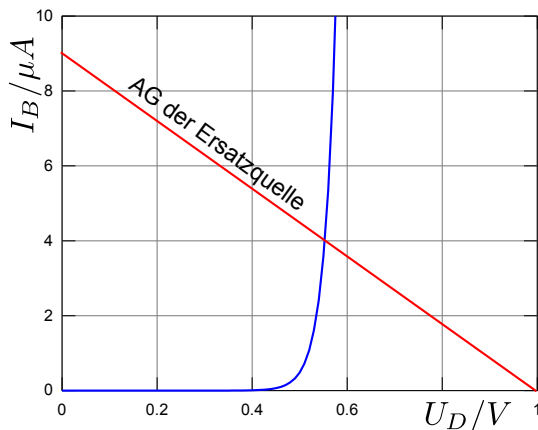
- (b) Stellen Sie die Gleichung für die Arbeitsgerade  $I_B = f(U_D)$  der **Ersatzspannungsquelle** bzgl. der Klemmen 1 und 2 auf!

**Lösung:** Mit der Abkürzung  $R_{2L} = \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L}$  ergibt sich

$$\begin{aligned} U_2 - R_1 I_B - R_{2L} I_B - B R_{2L} I_B &= U_D \\ \Leftrightarrow I_B &= \frac{U_2 - U_D}{R_1 + (B+1)R_{2L}} \\ \Rightarrow I_B &= \frac{1 \text{ V}}{111 \text{ k}\Omega} - \frac{U_D}{111 \text{ k}\Omega} \\ &= 9 \mu\text{A} - 9 \mu\frac{\text{A}}{\text{V}} U_D \end{aligned}$$

- (c) Zeichnen Sie die AG in das vorbereitete Diagramm ein und bestimmen Sie den Strom  $I_B$  durch die Diode!

**Lösung:** Siehe Graphik:



Abgelesen ergibt sich ein Arbeitspunkt von  $I_B = 4 \mu\text{A}$ ,  $U_D = 0,55 \text{ V}$ .

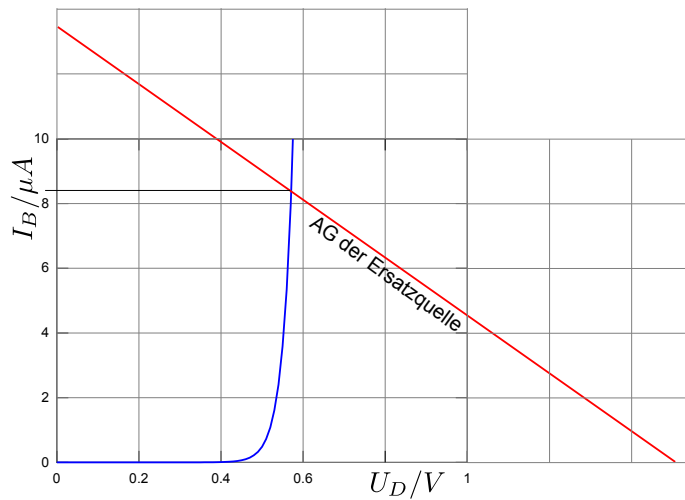
- (d) Bestimmen Sie nun die Ausgangsspannung  $U_L$ !

**Lösung:** Durch den Stromteiler, gebildet aus  $R_2$  und  $R_L$ , fließt der Strom  $(B+1)I_B = 101 \times 4 \mu\text{A} = 404 \mu\text{A}$ . Damit fällt also eine Spannung von  $U_L = 0,404 \text{ V}$  ab.

- (e) Wiederholen Sie die Berechnungen für  $U_2 = 1,5 \text{ V}$ !

**Lösung:** Mit der geänderten Spannung ergibt sich eine Parallelverschiebung der Arbeitsgerade des linearen Teils auf

$$I_B = 13,5 \mu\text{A} - 9 \mu\frac{\text{A}}{\text{V}} U_D.$$



Abgelesen ergibt sich ein Strom von  $I_D = 8,4 \mu\text{A}$ , bei nahezu unveränderter Spannung an der Diode. Die Ausgangsspannung ist analog dann mit  $(B + 1)I_B = 101 \times 4 \mu\text{A} = 848 \mu\text{A}$  dann  $U_L = 0,848$  V.