

Grundlagen der Elektrotechnik SHE16

Musterlösung

Duale Hochschule Baden Württemberg in Karlsruhe

Dozent: Gerald Oberschmidt

Klausur

Termin: 20.6.2017 9:00 Uhr

Bearbeitungszeit 90 min

Hilfsmittel:

- 2 Blatt DIN A4
- Taschenrechner (nicht programmierbar)
- Stift, (leeres) Papier, Geodreieck/ Lineal, Zirkel

Ihre Immatrikulationsnummer:

Nr.	Punkte	Ihr Ergebnis
1	20	
2	20	
3	20	
Ges.	60	
%	100	

1 Aufgaben zu elektrischen und magnetischen Feldern

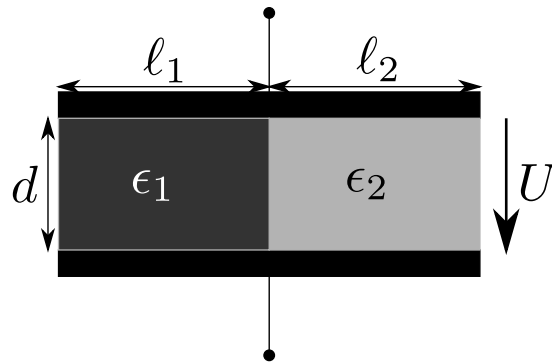


Abbildung 1: Plattenkondensator

- (a) Ein Plattenkondensator mit vertikal geschichtetem Dielektrikum, wie in in Abb. 1 gezeigt ist auf eine Spannung $U = 2\text{ V}$ aufgeladen. Die Geometrie ist wie folgt: Tiefe des Kondensators $t = 20\text{ mm}$, gezeigte Längen $l_1 = 10\text{ mm}$ und $l_2 = 10\text{ mm}$, Abstand der Platten = $100\text{ }\mu\text{m}$ und das Dielektrikum $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 4$. Berechnen Sie die Elektrischen Feldstärken, Dielektrischen Flussdichten in den verschiedenen Innenbereichen des Kondensators, sowie die Ladungen auf den Bereichen und insgesamt auf dem Kondensator!

Lösung: Es ergibt sich aus der gleichmäßigen Spannung auf den Platten:

$$E_1 = \frac{U}{d} = 20,000 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$E_2 = \frac{U}{d} = 20,000 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$D_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E_1 = 177,08 \frac{\text{nA s}}{\text{m}^2}$$

$$D_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_2 = 708,34 \frac{\text{nA s}}{\text{m}^2}$$

$$Q_1 = D_1 l_1 t = 35,417 \text{ pA s}$$

$$Q_2 = D_2 l_2 t = 141,67 \text{ pA s}$$

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

und schließlich (aber nicht gefragt), die Kapazität

$$C = \frac{Q}{U} = 88,542 \text{ pF}$$

- (b) Ein Koaxialleiter (eigentlich nur leitende Röhren ineinander) wird wie in Abb. 2 gezeigt vom Strom durchflossen. Das magnetische Feld soll analysiert werden.

- i. Bezeichnen Sie Bereiche, die frei von magnetischem Feld sind, wenn beide Ströme den gleichen Betrag aufweisen.

Lösung: Das sind die Bereiche ganz innen und ganz außen

- ii. In welche Richtung wirkt die Kraft auf die beiden Leiter?

Lösung: Da es sich um entgegengesetzte Ströme handelt, ziehen die Leiter sich an. In der Summe erfahren beide Leiter aber keine Kraft.

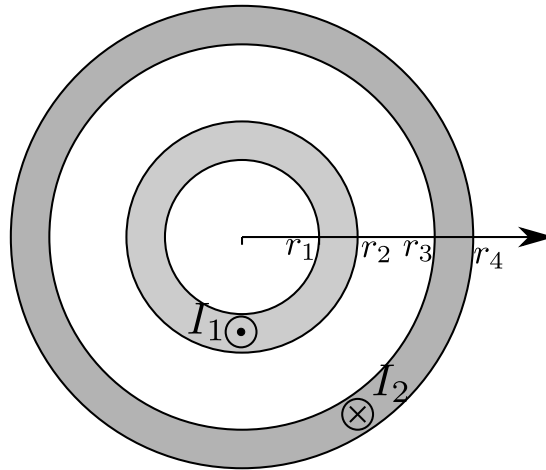


Abbildung 2: Koaxleiter, bzw. Röhren ineinander

- iii. Die Geometrie ist wie folgt: Die Radien sind $r_1 = 10 \text{ mm}$, $r_2 = 20 \text{ mm}$, $r_3 = 30 \text{ mm}$, $r_4 = 40 \text{ mm}$, und die Ströme betragen $I_1 = 1 \text{ A}$, $I_2 = 1 \text{ A}$. Stromdichten sind gleichmäßig über die Leiterquerschnitte verteilt, Leiter sind nicht magnetisch. Berechnen und zeichnen (vollständiges Diagramm) Sie die magnetische Feldstärke als Funktion des Radius. (Wenn Sie nicht alles berechnen können, in einigen Bereich können Sie es bestimmt, darauf gibt es Teilpunkte)

Lösung: Es gilt jeweils der Durchflutungssatz

$$\iint \vec{J} d\vec{A} = \oint \vec{H} d\vec{s}$$

Damit gilt zunächst für die Stromdichten

$$J = \frac{I}{\pi(r_a^2 - r_i^2)}$$

mit dem Außen- und Innenradius des jeweiligen Leiters.

Dann lässt sich das Feld in einem Leiter angeben zu

$$\begin{aligned} H_i(r) &= \frac{I\pi(r^2 - r_i^2)}{\pi(r_a^2 - r_i^2)} \frac{1}{2\pi r} \\ &= \frac{I}{2\pi(r_a^2 - r_i^2)} \left(r - \frac{r_i^2}{r} \right) \end{aligned}$$

und dann folgt von innen nach außen

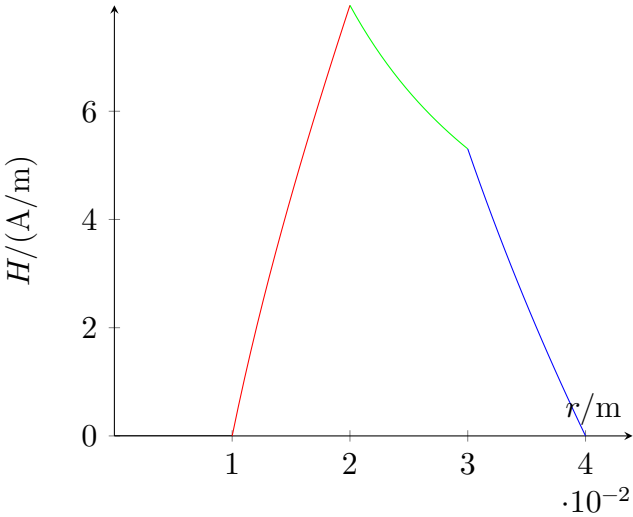
$$r < r_1 : H = 0$$

$$r_1 \leq r < r_2 : H = \frac{I_1}{2\pi(r_2^2 - r_1^2)} \left(r - \frac{r_1^2}{r} \right) = 530,52 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \left(r - \frac{100 \text{ mm}^2}{r} \right)$$

$$r_2 \leq r < r_3 : H = \frac{I_1}{2\pi r} = 159,15 \text{ mA} \frac{1}{r}$$

$$r_3 \leq r < r_4 : H = \frac{I_1}{2\pi r} - \frac{I_2}{2\pi(r_4^2 - r_3^2)} \left(r - \frac{r_3^2}{r} \right) = 159,15 \text{ mA} \frac{1}{r} - 227,36 \frac{\text{A}}{\text{m}^2} \left(r - \frac{900 \text{ mm}^2}{r} \right)$$

$$r_3 \leq r : H = 0$$



2 Aufgaben zur Antennentechnik

Ein GPS Empfängersystem ist auszulegen. Die Satelliten umkreisen die Erde in 20,000 Mm Höhe über der Erdoberfläche und Senden im L-Band (ca. 1,5000 GHz) bei einer Wellenlänge von 199,86 mm. Der Sender hat eine Ausgangsleistung von 25 W. Die Antenne des Satelliten, die den ganzen Erdball überstrahlen muss, hat einen Gewinn von 13 dBi. Geben Sie alle berechneten Größen in dB und im linearen Maßstab an.

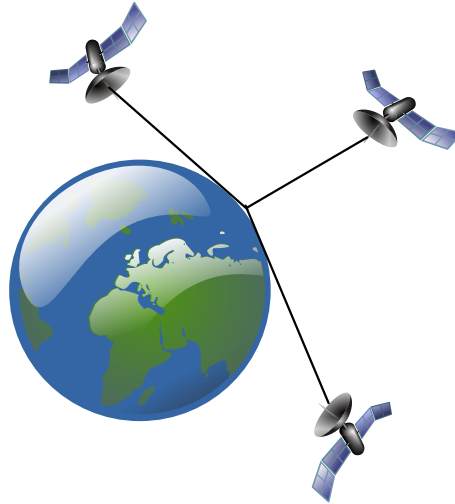


Abbildung 3: Kommunikationssystem

- (a) Wie groß ist die effektive Leistung, die an einen isotropen Kugelstrahler gegeben werden müßte, um die gleiche Strahlungsdichte wie im Zentrum der Strahlungskeule der Richtantenne zu erzeugen (EIRP)?

Lösung: 25 W entsprechen 13,979 dBW. EIRP ist also Leistung an der Antenne[dBW] + Gewinn derselben [dBi]

$$\text{EIRP} = 13,979 \text{ dBW} + 13 \text{ dBi} = 26,979 \text{ dBW} = 498,82 \text{ W}$$

- (b) Wie groß ist die Freiraumdämpfung auf der Strecke vom Satelliten zur Erde?

Lösung: Für die Freiraumdämpfung gilt

$$L = \left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2 = 632,38 \times 10^{-21} = -181,99 \text{ dB}$$

- (c) Welche Leistung kann ein isotroper Kugelstrahler auf der Erde empfangen?

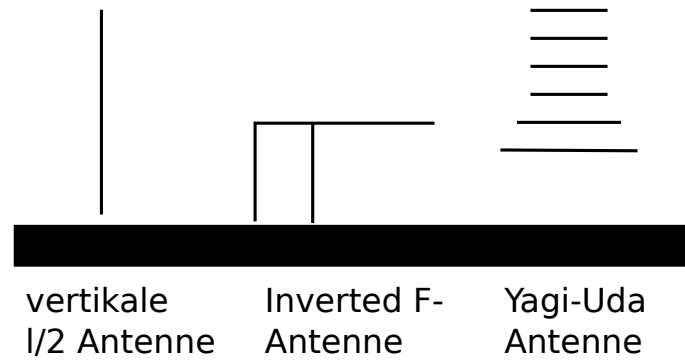
Lösung: Verwende nun die schon vorbereitete Frijsche Formel. Danach ist

$\frac{P_2}{P_1} = G_1 \cdot G_2 \cdot L$ in linearer Schreibweise wobei 1 die Sendeantenne, 2 die Empfangsantenne ist und P die Leistung, G die Gewinne meint. Mit den bekannten Informationen und in logarithmischer Schreibweise erhalten wir

$$P_2 = P_1 + G_1 + L = 26,979 \text{ dBW} + -181,99 \text{ dB} = -155,01 \text{ dBW} = 315,44 \text{ aW}$$

für die empfangene Leistung in der Empfangsantenne.

- (d) Diese Leistung erlaubt nur unter günstigen Verhältnissen einen genügenden Empfang. Daher soll die Antenne optimiert werden. Vier Vorschläge (siehe Zeichnung) stehen zur Auswahl. Bewerten Sie die Vorschläge und erläutern Sie deren Vor- und Nachteile in Bezug auf Richtwirkung



in den gesamten oberen Halbraum! Wählen Sie eine Antenne aus!

Lösung:

Vertikaler Halbwellendipol:

schlecht geeignet, da er eine lineare Polarisierung empfängt und von oben, also das Signal von den Satelliten direkt oberhalb des Beobachters, kaum etwas empfängt. Der Dipol weist in axialer Richtung eine Null im Richtdiagramm auf.

Invertierte F-Antenne

Ist recht gut geeignet, sie empfängt aus dem gesamten oberen Halbraum recht gut. Auch diese Antenne bevorzugt die lineare Polarisierung, so dass ein Teil der Leistung vom Satelliten verloren geht. Darüberhinaus ist sie vergleichsweise klein und günstig.

Yagi-Uda Antenne

ist hier völlig ungeeignet, da sie recht teuer ist, und eine klare Richtwirkung nach oben hat, also die Satelliten an den Seiten nur noch schlecht oder gar nicht empfängt. Zudem ist sie teuer, ungünstig aufzubauen und empfängt auch nur den linear polarisierten Anteil der Welle.

- (e) Betrachten wir den Satelliten: Welche Antenne würden Sie am Satelliten verwenden?

Lösung: Das sollte ein Parabolspiegel sein.

3 Aufgaben zur Messtechnik

Ein Amperemeter mit $I_{max} = 100 \text{ mA}$ und einem Innenwiderstand von $R_I = 5 \Omega$ soll zur Messung einer Spannung von bis zu 1 kV verwendet werden.

- (a) Geben Sie Schaltung und ideale Dimensionierung der Elemente an!

Lösung: Es wird einfach ein Widerstand in Reihe geschaltet, so dass genau die 100 mA fließen, also in diesem Fall sind das $R_V = 9995 \Omega$.

- (b) Wie wirkt sich eine Toleranz des zugeschalteten Elementes/ der zugeschalteten Elemente auf den Fehler im Messergebnis aus?

Lösung: Die Toleranz ist direkt im Messfehler sichtbar. Eine Toleranz von 1% in dem Vorschaltwiderstand führt zu eben genau dieser Abweichung im Messwert

- (c) Berechnen Sie die nötige Wandlerbreite für ein Digital-Multimeter mit $6\frac{1}{2}$ Stellen Genauigkeit!

Lösung: Die Auflösung bei $M + \frac{1}{2}$ -Stellen ist

$$\Delta U = \frac{2}{2} \text{ V} \times 10^{-M} = 1 \mu\text{V}$$

und für den Wandler (Maximalspannung auch hier 2 V) gilt

$$U_{LSB} = 2 \text{ V} \times \frac{1}{2^N - 1}$$

und damit dann

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 \mu\text{V} &= 2 \text{ V} \times \frac{1}{2^N - 1} \\ \Leftrightarrow 2^N - 1 &= 2 \times 10^6, & \Leftrightarrow N &= \log_2(2 \times 10^6 + 1) \\ N &= 20,93, & \Rightarrow N &= 21. \end{aligned}$$

Es sind also 21 Bit nötig.