

Grundlagen der Elektrotechnik für Sicherheitswesen Duale Hochschule Karlsruhe

Dozent: Prof. Dr.-Ing. Gerald Oberschmidt

1 Aufgaben zu elektrischen und magnetischen Feldern

- (a) Welche Kraft wirkt auf ein Elektron in einem Feld von $E = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$?

Lösung: Das sind mit

$$F = qE = -160,22 \times 10^{-21} \text{N}$$

- (b) Wenn auf eine Elektron eine Kraft von $F = 10 \text{N}$ wirkt, wie groß ist das Feld?

Lösung: Das sind mit

$$E = \frac{F}{q} = -62,415 \times 10^{18} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

- (c) Zwei geladene Platten haben einen Abstand von $d = 100 \text{mm}$ und einen Potenzialunterschied von $U = 100 \text{V}$. Wie groß ist das Feld zwischen beiden und wie groß der Energieunterschied eines Elektrons auf der Platte mit höherem Potenzial zu der mit niedrigerem Potenzial?

Lösung: Erstmal wird die elektrische Feldstärke ausgerechnet, die ist

$$E = \frac{U}{d} = 1,0000 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

und der Energieunterschied ist

$$\Delta W = qU = -16,022 \times 10^{-18} \text{J}$$

- (d) Zeichnen Sie die Feld- und die Äquipotenziallinien in die Ladungs, bzw. Spannungsverteilung nach Abb....

Lösung:

- (e) Sie (2 m) groß stehen unter einer Leitung, die in der Höhe von 40 m hängt und auf einem Potenzial von 400,00 kV liegt. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke (Feld kann als homogen angenommen werden) und den Spannungsunterschied zwischen Haar- und Zehenspitzen!

Lösung: Erstmal wird die elektrische Feldstärke ausgerechnet, die ist

$$E = \frac{U}{d} = 10,000 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

und der Spannungsunterschied ist

$$\Delta U = \frac{U}{h} h_2 = 20,000 \text{kV}$$

- (f) Ein Baum ist (20 m) hoch und steht unter einer Gewitterwolke, die sich in der Höhe von 800 m befindet und auf einem Potenzial von 100,00 MV liegt. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke (Feld kann als homogen angenommen werden) und den Spannungsunterschied zwischen Kronenspitze und der Erde!

Lösung: Erstmal wird die elektrische Feldstärke ausgerechnet, die ist

$$E = \frac{U}{d} = 125,00 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

und der Spannungsunterschied ist

$$\Delta U = \frac{U}{h} h_2 = 2,5000 \text{ MV}$$

- (g) Berechnen Sie die Kraft zwischen zwei Ladungen mit $Q_1 = 100 \text{ mA s}$ und $Q_2 = 300 \text{ mA s}$ im Abstand von $d = 1 \text{ m}$, geben Sie die Wirkrichtungen und qualitativ den Verlauf der Feldlinien an!

Lösung: Die Kraft ist mit

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi d^2} = 2,3873 \text{ mN}$$

und wirkt anziehend bei Ladungen mit unterschiedlichem Vorzeichen und abstoßend bei Ladungen mit gleichem Vorzeichen.

- (h) Wie groß ist die Kraft zwischen den Platten eines Parallelplattenkondensators Kapazität $C = 10 \mu\text{F}$ und Platten im Abstand von $s = 1 \text{ mm}$ und einer Potentialdifferenz von $U = 100 \text{ V}$, und wie wirkt die Kraft?

Lösung: Es ist eine Anziehungskraft von

$$F = \frac{1}{2} \frac{U^2 C}{s} = 50 \text{ N}$$

- (i) Wie groß ist die Kraft zwischen den Platten eines Parallelplattenkondensators Kapazität $C = 10 \mu\text{F}$ und Platten im Abstand von $s = 1 \text{ mm}$ und einer Ladung von $Q = 1 \text{ A s}$, und wie wirkt die Kraft?

Lösung: Es ist eine Anziehungskraft von

$$F = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C s} = 50,000 \text{ MN}$$

- (j) Über einem Draht mit der Länge $l = 10 \text{ m}$ fällt eine Spannung von $U = 5 \text{ V}$ ab. Die spezifische Leitfähigkeit ist $\kappa = 56,818 \text{ M}\Omega \text{ m}$ und die Querschnittsfläche $A = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Wie groß sind elektrische Feldstärke (homogenes Feld angenommen, Stromdichte und Stromstärke?

Lösung: Wenn das Feld homogen ist, dann ist die Feldstärke

$$E = \frac{U}{d} = 500 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$$

und somit

$$J = \kappa E = 28,409 \frac{\text{MA}}{\text{m}^2}$$

$$I = AJ = 28,409 \text{ A}$$

- (k) Wie groß sind die magnetische Feldstärke und die Flussdichte um einen Leiter mit einem Strom der Stärke $I = 100 \text{ A}$ im Abstand von $l = 100 \text{ mm}$?

Lösung: Es folgt hier

$$H = \frac{I}{2\pi l} = 159,15 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$
$$B = \mu_0 H = 200,00 \frac{\mu\text{Vs}}{\text{m}^2}.$$

- (l) Wie groß sind die magnetische Feldstärke und die Flussdichte um einen Leiter mit einem Strom der Stärke $I = 100 \text{ A}$ im Abstand von $l = 100 \text{ mm}$? Wie groß ist die Kraft pro Meter Länge auf einen Leiter mit einem Strom der Stärke $I_1 = 100 \text{ mA}$ in diesem Abstand? Wie wirkt diese Kraft?

Lösung: Es folgt hier

$$H = \frac{I}{2\pi l} = 159,15 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$
$$B = \mu_0 H = 200,00 \frac{\mu\text{Vs}}{\text{m}^2}$$
$$\frac{F}{\text{m}} = BI_1 = 20,000 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}}.$$

2 Aufgaben zur Antennentechnik

- (a) Eine Leistung von $P = 1 \text{ W}$ wird durch ein Element (Verstärker oder Dämpfungsglied) um den Faktor $v = 100 \times 10^{-3}$ verändert. Wie groß ist die Leistung in Dezibel am Ausgang?

Lösung: Zunächst wandelt man alles in dB um

$$P_{dB} = 10 \log(P) = 30 \text{ dBm}$$

$$v_{dB} = 10 \log(v) = -10 \text{ dB}$$

Die gesamte Ausgangsleistung ist dann in dB

$$P_{aus,dB} = P_{dB} + v_{dB} = 20 \text{ dB}$$

- (b) Eine Leistung von $P = 1 \text{ W}$ wird durch ein Kette von Elementen (Verstärker oder Dämpfungsglied) mit $v_1 = 100 \times 10^{-3}$ $v_2 = 20$ $v_3 = 333,33 \times 10^{-3}$ verändert. Wie groß ist die Leistung in Dezibel am Ausgang?

Lösung: Zunächst wandelt man alles in dB um

$$P_{dB} = 10 \log(P) = 30 \text{ dBm}$$

$$v_{1,dB} = 10 \log(v_1) = -10 \text{ dB}$$

$$v_{2,dB} = 10 \log(v_2) = 13,010 \text{ dB}$$

$$v_{3,dB} = 10 \log(v_3) = -4,7712 \text{ dB}$$

Die gesamte Ausgangsleistung ist dann in dB

$$P_{aus,dB} = P_{dB} + v_{1,dB} + v_{2,dB} + v_{3,dB} = 28,239 \text{ dBm}$$

- (c) Es ist eine Funkstrecke aufgebaut, Am Fußpunkt der Sendeantenne ist eine Leistung von $P = 0 \text{ dBm}$ eingespeist. Die Sendeantenne hat einen Gewinn von $G_1 = 10 \text{ dB}$. Die Betriebsfrequenz beträgt $f = 1,2000 \text{ GHz}$, und Empfangen wird das Signal in $l = 100 \text{ m}$ Entfernung mit einer Antenne mit Gewinn $G_2 = 0 \text{ dB}$. Bestimmen Sie die EIRP (Vergleichsleistung, die ein Kugelstrahler bräuchte) und die Empfangsleistung am Fußpunkt der Empfangsantenne.

Lösung: Die EIRP ist

$$EIRP = P_1 + G_1 = 10 \text{ dBm}$$

Die Funkfelddämpfung beträgt

$$L = \left(\frac{\lambda}{4\pi l} \right)^2 = \left(\frac{c_0}{4\pi f l} \right)^2 = 39,524 \times 10^{-9}$$

$$L_{dB} = 10 * \log(L) = -74,031 \text{ dB}$$

und damit ist die Empfangsleistung

$$P_E = EIRP + L + G_2 = -64,031 \text{ dBm}$$

- (d) Nennen und erklären Sie verschiedene Antennentypen, worauf kommt es an?

Lösung: Als grobe Unterscheidung gibt es Antennen mit einer großen Richtwirkung und solche, die in alle Richtungen möglichst gleichmäßig abstrahlen sollen.

Gleichmäßig abstrahlen können idR kleine Antennen, wie z.B. der $\lambda/2$ -Dipol oder auch die F-Antenne und Antennen, die typischerweise in Handies verbaut sind.

Richtantennen müssen größer sein, hier ist die Yagi-Uda-Antenne und die Parabolantenne. Hier wird durch Bündelung der Strahlung eine Richtwirkung erzielt.

- (e) Erklären Sie die Begriffe Poyntingvektor, Leistungsdichte, Funkfelddämpfung, EIRP, Antennengewinn, Öffnungswinkel, Wellenwiderstand des freien Raumes!

Lösung:

Poyntingvektor Vektor der Leistungsdichte, gibt an, in welche Richtung sich welche Leistungsdichte in W/m^2 fortpflanzt.

Leistungsdichte gibt an welche Leistung pro Fläche durch die elektromagnetische Welle transportiert wird.

Funkfelddämpfung ist die Dämpfung, die eine elektromagnetische Welle (im freien Raum) zwischen zwei Antennen erfährt, ohne die Wirkung der Antennen selber zu berücksichtigen. Sie wird formelmäßig als

$$L = \left(\frac{\lambda}{4\pi l} \right)^2 = \left(\frac{c_0}{4\pi f l} \right)^2$$

angegeben.

EIRP Equivalent Isotropically Radiated Power gibt an, welche Leistung man in den Fußpunkt eines idealen Kugelstrahlers einspeisen müsste, um (in Hauptrichtung) der Vergleichsantenne die gleiche Leistungsdichte zu erzeugen. In der Regel berechnet sich die EIRP als $P_{EIRP} = PG$ (alles linear).

Antennengewinn gibt an, um welchen Faktor die betrachtete Antenne (in Hauptrichtung) besser empfängt oder sendet als ein Kugelstrahler. Der Wert wird in der Regel in Dezibel angegeben.

Öffnungswinkel ist der Winkel in beide Richtung von der Hauptrichtung, nach dem die Leistungsdichte auf die Hälfte (-3 dB) abgefallen ist.

Wellenwiderstand ist der Faktor zwischen magnetischer Feldstärke und Elektrischer, also

$$\begin{aligned} E &= ZH \\ Z &= 120\pi \Omega = 377 \Omega \end{aligned}$$

- (f) Sie haben die Aufgabe, eine nicht näher spezifizierte Strahlungsquelle zu identifizieren und zu charakterisieren. Wie gehen Sie vor, nehmen Sie insbesondere zu den Antennen Stellung!

Lösung: Da die Quelle unbekannt ist, sollte das Messequipment möglichst breitbandig sein, also möglichst bis zu einem Frequenzbereich alle Signalanteile gleichmäßig durchlassen. Zudem sollte die Antenne zwar eine Richtwirkung aufweisen, damit die Richtung, aus

der die Strahlung kommt, gemessen werden kann. Allerdings sollte die Richtwirkung nicht zu stark sein, weil sonst der Öffnungswinkel zu gering ist, und es sehr aufwändig wird, die Antenne zu justieren.

- (g) Warum lassen sich hochfrequente Felder einfacher abschirmen als niederfrequente?

Lösung: Der Grund ist der Skin-Effekt, der dazu führt, dass sich die Felder und Ströme bei zunehmender Frequenz zunehmend an der Grenzfläche Luft - Metall konzentrieren. Bei Frequenzen oberhalb einiger 10 MHz dringen die Felder nur noch Mikro- oder Millimeter weit in das Metall ein, eine sehr dünne Metallfolie genügt also schon zur Abschirmung.

Für niederfrequente Felder ist es hilfreich, magnetische Materialien zu verwenden, da diese ebenso zu einer Konzentration der Felder an der Grenzschicht führen und damit dünnere Schirmmaterialien zulassen.

3 Aufgaben zur Messtechnik

- (a) Nennen Sie typische Größenordnung der Innen(Mes)widerstände von Voltmeter bzw. Amperemeter

Lösung: Das Voltmeter hat einen großen Innenwiderstand, typisch einige $10\text{ M}\Omega$, im ungünstigen Fall ggf. auch Kiloohm, Spezialmessgeräte können Tera oder Peta Ohm Innenwiderstände aufweisen.

Amperemeter haben einen geringen Innenwiderstand im Ohm oder Milliohm-Bereich. Zur Messung großer Ströme könne es auch Mikroohm werden.

- (b) Was müssen Sie tun, um mit einem Voltmeter einen Strom zu messen, bzw. umgekehrt?

Lösung: Will man mit einem Voltmeter einen Strom messen, dann bringt man einen bekannten (kleinen) Widerstand in den Zweig, in dem man sich für die Stromstärke interessiert, und misst den Spannungsabfall über diesem.

Will man mit einem Amperemeter eine Spannung messen, schaltet man das Amperemeter in Serie mit einem bekannten großen Widerstand parallel zu dem Zweig, über dem der Spannungsabfall interessiert.

In beiden Fällen liefert das Ohm'sche Gesetz den jeweils gesuchten Wert.

- (c) Zeichnen Sie die Spannungsrichtige, bzw. Stromrichtige Schaltung zur gleichzeitigen Messung von Strom und Spannung.

Lösung: Skript Abb. 3.5

- (d) Wie hängen Auflösung und Anzeigegenauigkeit beim Digitalvoltmeter zusammen?

Lösung:

$$N = \text{ld} \left(\frac{U_{max}}{U_{LSB} + 1} \right)$$

wobei U_{LSB} aus der geforderten Genauigkeit (für die letzte Stelle der Anzeige) berechnet wird, also

$$U_{LSB} = 10^{-M}$$

bei einem Gerät mit $M + \frac{1}{2}$ -Stellen.

- (e) Wie kann man den Messbereich eines Voltmeters, eines Amperemeters erweitern?

Lösung: Skript 3.14-3.16

- (f) Geben Sie das Blockschaltbild eines Oszilloskopes an!

Lösung: Skript 3.18

- (g) Was besagt das Abtasttheorem, und wie hängen Abtastfrequenz und maximale Frequenz am Oszi zusammen?

Lösung: Das Abtasttheorem gibt an, wie schnell ein Signal mindestens abgetastet werden muss, um es eindeutig rekonstruieren zu können. Damit das funktioniert, muss die Abtastfrequenz mindestens das Doppelte der höchsten dar zu stellenden Frequenz betragen. Dieses Minimum ist jedoch praktisch untauglich, weshalb die Abtastfrequenz in der Praxis deutlich über dem Doppelten der Maximalfrequenz liegt.

- (h) Wozu dient bei einem Oszi der Trigger, welche Parameter gibt es und was bewirkt er.

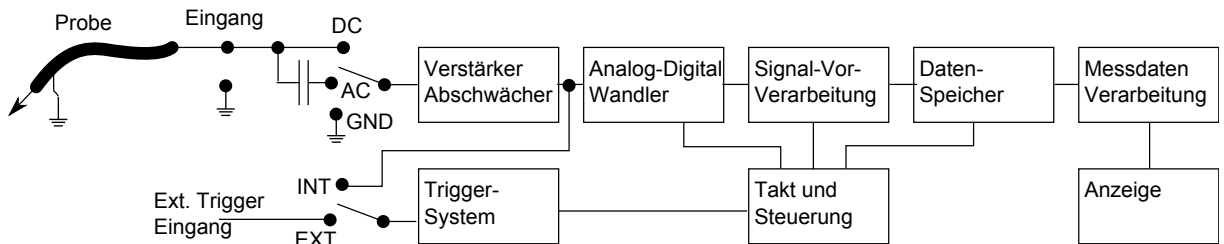
Lösung:

- (i) Beschreiben Sie die Wirkung der Messspitze eines Oszilloskops!

Lösung:

- (j) Geben Sie das Blockschaltbild eines Oszilloskops an und erklären Sie die Funktion der wesentlichen Teile!

Lösung:



- Messspitze (Probe) dient der Kontaktierung der Verbindung der Messstelle mit dem eigentlichen Oszilloskop
 - Eingangsverstärker/ Abschwächer ist für die Konditionierung des Signals zuständig, so dass es für die folgende Messtechnik verarbeitbar ist
 - Im AD-Wandler (idR 8 Bit) wird das Signal in digitale Werte gewandelt
 - Speicherung und Verarbeitung/ Anzeige dienen eben der Aufbereitung der Signale zur Anzeige
 - Das Triggersystem ist dazu da, zu erkennen, wenn bestimmte Signalbedingungen erfüllt sind, nach denen die Speicherung/ Darstellung beginnen soll
 - Takt und Steuerung regeln den zeitlichen Ablauf
- (k) Welche wesentlichen Parameter bestimmen die Leistungsfähigkeit eines Oszilloskops und wie greifen sie ineinander? Geben Sie typische Werte an!

Lösung:

- Bandbreite bestimmt die maximal verarbeitbare Frequenz eines Signals. In der Regel liegt ein Bandpassfilter am Eingang eines Oszilloskops vor, um Signale mit höherer Frequenz zu unterdrücken. Diese könnten bei der Abtastung zu Mehrdeutigkeiten führen. Bandbreiten können von wenigen MHz bis zu über 20 GHz gehen.
 - Abtastrate gibt an, wieviele Abtastwerte pro Sekunde erzielt werden können. Die höchste verarbeitbare Frequenz entspräche theoretisch der halben Abtastrate. Das heißt, die Abtastrate muss mindestens doppelt so hoch wie die Bandbreite sein, in der Regel ist die Abtastrate mehr als fünfmal so hoch. Abtastraten liegen ebenso zwischen wenigen MHz und bis zu 40 GHz.
 - Wandelbreite des Analog-Digital-Wandlers bestimmt die geringstmögliche Auflösung. Meist haben Oszis 8-Bit-Wandler.
- (l) Zur Messung eines Stromes von maximal $I = 32 \text{ A}$ stehen ein Voltmeter mit Maximalausschlag $U_{max} = 1 \text{ V}$ und Innenwiderstand $R_I = 100 \text{ k}\Omega$ sowie ein beliebiger anderer Widerstand zur Verfügung.

- i. Geben Sie Schaltung und ideale Dimensionierung der Elemente an! (2 Punkte)

Lösung: Der Widerstand muss in den Stromkreis eingebracht werden, die Spannung wird als Spannungsabfall über ihm gemessen.

Überschlägliche Dimensionierung geht mit einem Widerstand von $R = 1/32 \Omega$, genauer muss aber natürlich noch der Strom parallel durch das Messgerät berechnet werden, so dass 1 V bei genau

$$U_{max} = I \times \left(\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R} \right)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{1}{\frac{I}{U_{max}} - \frac{1}{R_I}} \approx \frac{1}{32} \Omega.$$

Die Abweichung gegenüber der überschläglichen Rechnung ist minimal.

- ii. Wie wirkt sich eine Toleranz des zugeschalteten Elementes/ der zugeschalteten Elemente auf den Fehler im Messergebnis aus? (1 Punkt)

Lösung: Die Toleranz ist direkt im Messfehler sichtbar. Eine Toleranz von 1 % in dem Serienwiderstand führt zu eben genau dieser Abweichung im Messwert

- iii. Berechnen Sie die nötige Wandlerbreite, wenn der Spannungsmesser ein Digital-Voltmeter mit $6\frac{1}{2}$ Stellen Genauigkeit! (2 Punkte)

Lösung: Die Auflösung bei $M + \frac{1}{2}$ -Stellen ist

$$\Delta U = \frac{2}{2^M} \text{V} \times 10^{-M} = 1 \mu\text{V}$$

und für den Wandler (Maximalspannung auch hier 2 V) gilt

$$U_{LSB} = 2 \text{V} \times \frac{1}{2^N - 1}$$

und damit dann

$$\Rightarrow 1 \mu\text{V} = 2 \text{V} \times \frac{1}{2^N - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2^N - 1 = 2 \times 10^6, \Leftrightarrow N = \log_2(2 \times 10^6 + 1)$$

$$N = 20,93, \Rightarrow N = 21.$$

Es sind also 21 Bit nötig.

- (m) Ein Amperemeter mit $I_{max} = 100 \text{mA}$ und einem Innenwiderstand von $R_I = 5 \Omega$ soll zur Messung einer Spannung von bis zu 1 kV verwendet werden.

- i. Geben Sie Schaltung und ideale Dimensionierung der Elemente an! (2 Punkte)

Lösung: Es wird einfach ein Widerstand in Reihe geschaltet, so dass genau die 100 mA fließen, also in diesem Fall sind das $R_V = 9995 \Omega$.

- ii. Wie wirkt sich eine Toleranz des zugeschalteten Elementes/ der zugeschalteten Elemente auf den Fehler im Messergebnis aus? (1 Punkt)

Lösung: Die Toleranz ist direkt im Messfehler sichtbar. Eine Toleranz von 1 % in dem Vorschaltwiderstand führt zu eben genau dieser Abweichung im Messwert

- iii. Berechnen Sie die nötige Wandlerbreite für ein Digital-Multimeter mit $6\frac{1}{2}$ Stellen Genauigkeit! (2 Punkte)

Lösung: Die Auflösung bei $M + \frac{1}{2}$ -Stellen ist

$$\Delta U = \frac{2}{2} \text{ V} \times 10^{-M} = 1 \mu\text{V}$$

und für den Wandler (Maximalspannung auch hier 2 V) gilt

$$U_{LSB} = 2 \text{ V} \times \frac{1}{2^N - 1}$$

und damit dann

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 \mu\text{V} &= 2 \text{ V} \times \frac{1}{2^N - 1} \\ \Leftrightarrow 2^N - 1 &= 2 \times 10^6, & \Leftrightarrow N &= \log_2(2 \times 10^6 + 1) \\ N &= 20,93, & \Rightarrow N &= 21. \end{aligned}$$

Es sind also 21 Bit nötig.