Hochfrequenztechnik
Duale Hochschule Karlsruhe
Dozent: Gerald Oberschmidt

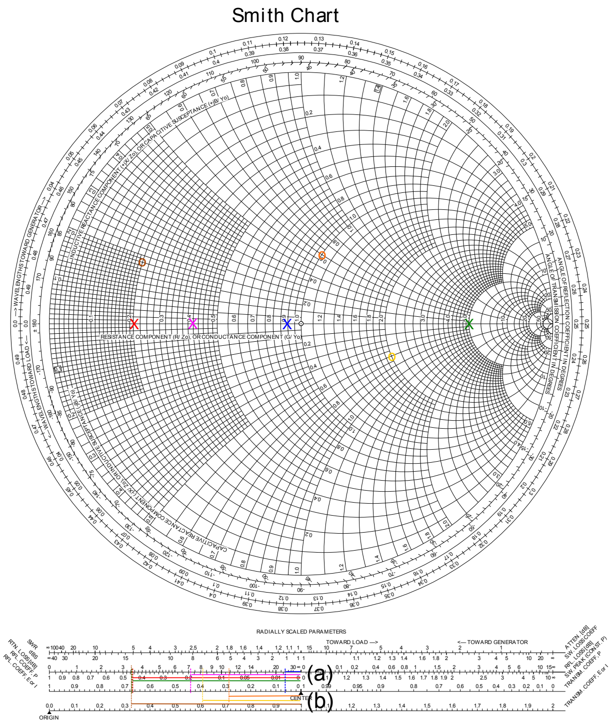
1 Arbeiten mit dem Smithdiagramm

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben mit dem Smith-Diagramm! Es kann immer eine Bezugsimpedanz von $Z_0 = 50\,\Omega$ angenommen werden.

(a) Tragen Sie die Widerstände von $R = 10;\ 20;\ 45;\ 250\,\Omega$ ein und bestimmen Sie die Reflexionsfaktoren linear (Betrag und Phase) und in dB!

Lösung:
Die normierten Impedanzen bzw. Widerstände sind $R' = R/Z_0 = 0,2;\ 0,4;\ 0,9;\ 5$

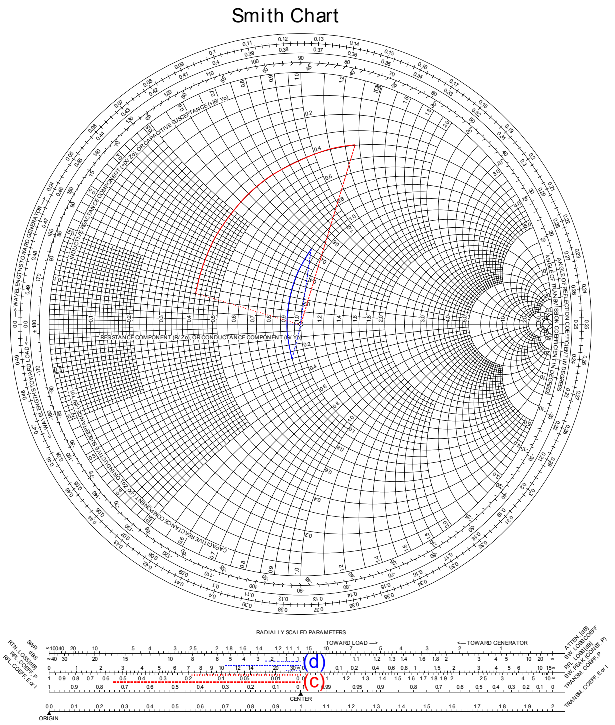
Die Reflexionsfaktoren sind $\Gamma = -0,66666;\ -0,4286;\ -0,05263;\ 0,6666$. Und in dB nur der Betrag ergibt sich zu $\Gamma|_{db} = -3,52;\ -7,36;\ -25,58;\ -3,52\,\mathrm{dB}$



(b) Tragen Sie die Impedanzen von $R = 10 + j10;\ 50 + j30;\ 100 - j30\,\Omega$ ein und bestimmen Sie die Reflexionsfaktoren linear (Betrag und Phase) und in dB!

Lösung:
Die normierten Impedanzen sind $Z' = Z/Z_0 = 0,2 + j0,2;\ 1 + j0,6;\ 2 - j0,6$.

Die Reflexionsfaktoren sind dann



$\lvert\Gamma\rvert$	phase$(\Gamma)/°$	$\lvert\Gamma\rvert_{dB}$
0.67783	156.501	-3.3775
0.28735	73.301	-10.8318
0.38118	-19.654	-8.3774

(c) Zeichnen Sie die Ortskurve einer Serienschaltung von $R = 20\,\Omega$ mit $L = 1\,\text{nH}$ im Frequenzbereich $f = 1 \dots 10\,\text{GHz}$ und bestimmen Sie den maximalen und minimalen Betrag des Reflexionsfaktors!

Lösung:

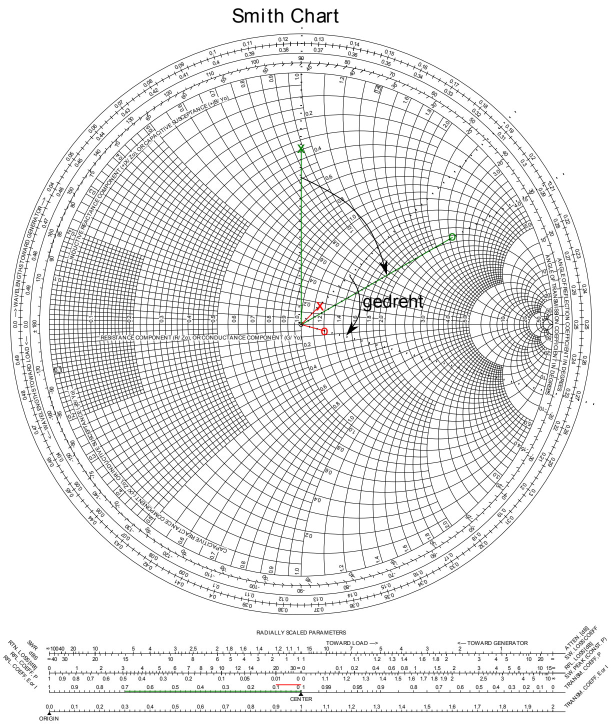
Die Kurve verläuft auf einem Kreis konstanten Realteils mit $R' = 0,4$ und $X' = 0,12566 \dots 1.2566$ wie geszeigt.

Die Reflexionsfaktoren sind dann minimal bei $f = 1\,\text{GHz}$ und maximal bei $f = 10\,\text{GHz}$

$\lvert\Gamma\rvert$	phase$(\Gamma)/°$	$\lvert\Gamma\rvert_{dB}$
0.43612	163.042	-7.2079
0.74021	73.612	-2.6129

(d) Zeichnen Sie die Ortskurve einer Serienschaltung von $R = 45\,\Omega$ mit $L = 0.5\,\text{nH}$ und $C = 10\,\text{pF}$ im Frequenzbereich $f = 1 \dots 10\,\text{GHz}$ und bestimmen Sie den maximalen und minimalen Betrag des Reflexionsfaktors!

Lösung:
Die Impedanz gehorcht der einfachen Formel $Z = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$.



Es ändert sich wieder nur der Imagniärteil und daher verläuft die Kurve auf einem Kreis konstanten Realteils mit $R' = 0,9$ und $X' = -0,2555 \ldots 0,5965$ wie geszeigt.

Die Reflexionsfaktoren sind dann minimal bei dem dichtesten Punkt am Ursprung, da wo die OK die reelle Achse kreuzt, also Resonanz vorliegt und an dem Punkt mit $f = 10\,\text{GHz}$

f	$\|\Gamma\|$	phase(Γ)/°	$\|\Gamma\|_{dB}$
1 GHz	0.14311	-103,718	-16.887
f_r	0.05263	180	-25.58
10 GHz	0.30371	82.088	-10.351

(e) Tragen Sie im SD die folgenden Reflexionsfaktoren ein: $\Gamma = 0,7 \times e^{j90°};\ 0,1 \times e^{j45°}$ und geben Sie die zugehörigen Impedanzen an! Wie ändern sich die Impedanzen, wenn die o.g. Reflexionsfaktoren am Ende einer Leitung mit elektrischer Länge $\lambda/12$ liegen?

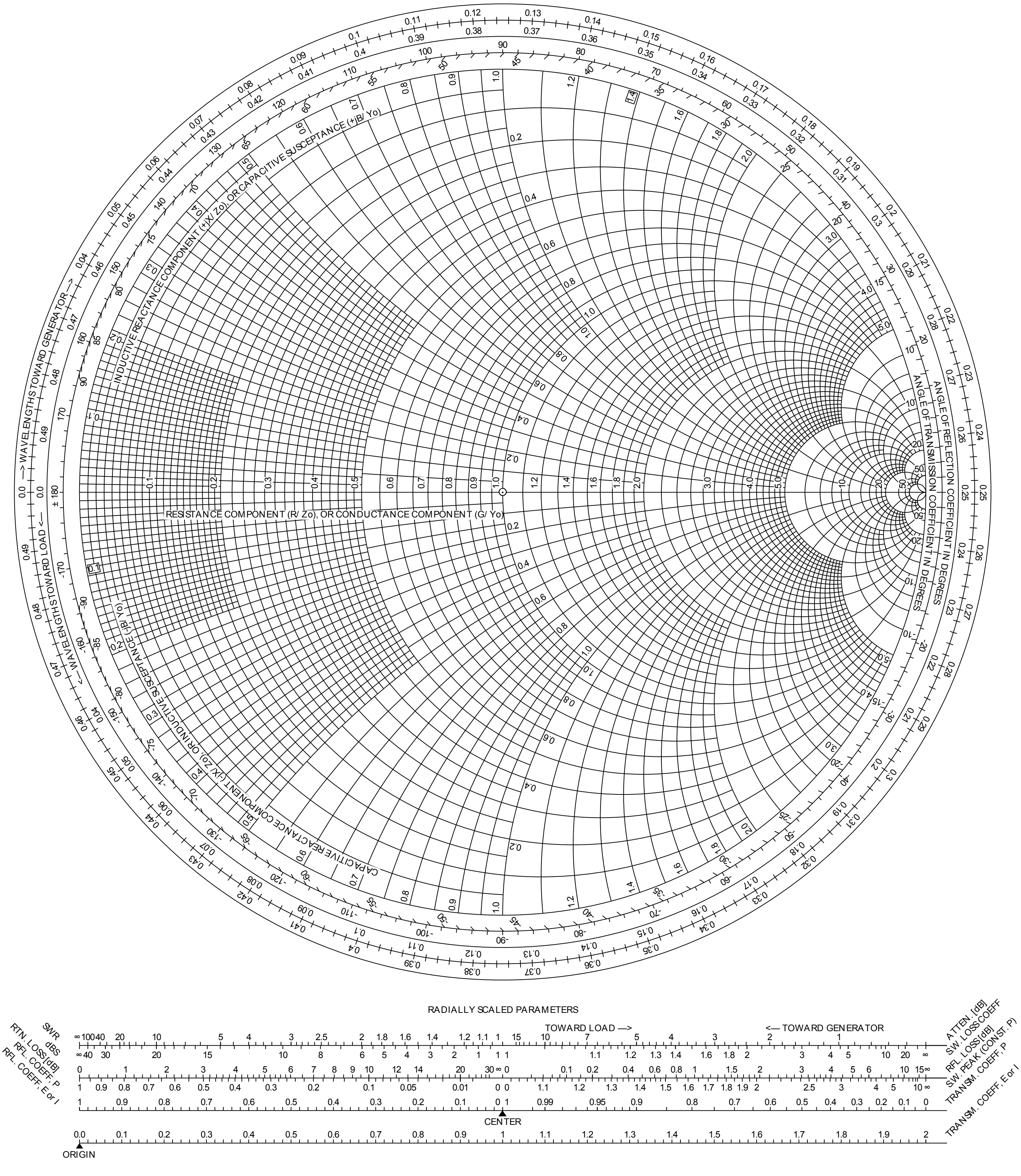
Lösung:

Die normierte Impedanz ist dann $Z' = 0.34228 + 0.93960j;\ 1.13979 + 0.16282j$ bzw. $Z = (17.114 + 46.980j)\,\Omega;\ (56.990 + 8.141j)\,\Omega$ für die reinen Reflexionsfaktoren.

Mit einer Leitung erfahren die Impedanzen eine Phasendrehung von $2 \times 30°$ durch Hin- und Rücklauf der Welle, der Betrag ändert sich nicht, wenn die Leitung verlustlos ist. Die Impedanzen sind dann

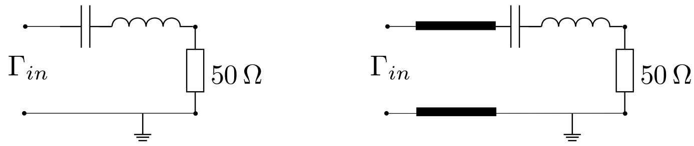
$Z' = 1.8374 + 2.5219j;\ 1.2120 - 0.0634i$ bzw. $Z = (91.871 + 126.097j)\,\Omega; (60.601 - 3.169j)\,\Omega$.

Smith Chart


—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/ Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/ Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/ Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/ Yo)
RESISTANCE COMPONENT (R/ Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/ Yo)
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
S.W. LOSS [dB]
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST. P)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN

2 Smith-Diagramm

Lösen Sie die folgenden Aufgaben grafisch im Smith-Diagramm und vergessen Sie nicht, dieses beizulegen! Tipp: Diese Aufgabe ist mir Sorgfalt erheblich leichter zu lösen als mit Kreativität!



Ein einfacher Serien-Resonanzkreis (im obigen Bild links) hat einen Impedanzverlauf des Eingangsreflexionsfaktors Γ_{in}, der im Smith-Diagramm gezeigt werden soll. Die Werte der Elemente sind $C = 20\,\text{pf}$ für die Kapazität und $L = 2\,\text{nH}$ für die Induktivität.

(a) Wie groß ist die Resonanzfrequenz?

Lösung:
Die Resonanzfreuquenz berechnet sich nach der bekannten Formel $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 795774715{,}5\,\text{Hz} \approx$ 833 MHz ($\pi = 3$ gesetzt).

(b) Zeichnen Sie die Ortskurve der Schaltung in das Smith-Diagramm ein. Geben die Sie Punkte für sehr niedrige (DC) sehr hohe (unendliche) Frequenz sowie den Punkt der Resonanzfrequenz an!

Lösung:
Siehe auch Lösung im SD

(c) Berechnen Sie die jeweiligen Ortspunkte und geben Sie den zugehöigen Betrag des Beflexionsfaktors (in dB) für die Frequenzen 200, 500, MHz, die Resonanzfrequenz, 2, 4 GHz an und zeichnen Sie es ins Smithdiagramm ein.

Lösung:
Siehe Lösung im Smith-Diagramm und siehe Tabelle

Frequenz	Z_{in}/Ω	Z'_{in}	Γ_{in}/dB
200 MHz	50-j37,3	1-j0,746	-8,5
500 MHz	50-j9,63	1-j0,193	-18,0
795774715,5 Hz	50	1-j0	-∞
833 MHz	50+j0,915	1+j0,0183	-∞
2 GHz	50+j21,2	1+j0,423	-14,0
4 GHz	50+j48,3	1+j0,966	-7,0

(d) Wie im obigen Bild rechts gezeigt liegt in Serie nun eine 50 Ω-Koax-Leitung der Länge 10 cm mit Luftfüllung! Zeichnen Sie die nun resultierenden Ortspunkte und die Ortskurve in das Smith-Diagramm ein. Geben Sie die daraus resultierende Filterkurve an und äußern Sie sich zu den Impedanzen in den Frequenz-Extrema!

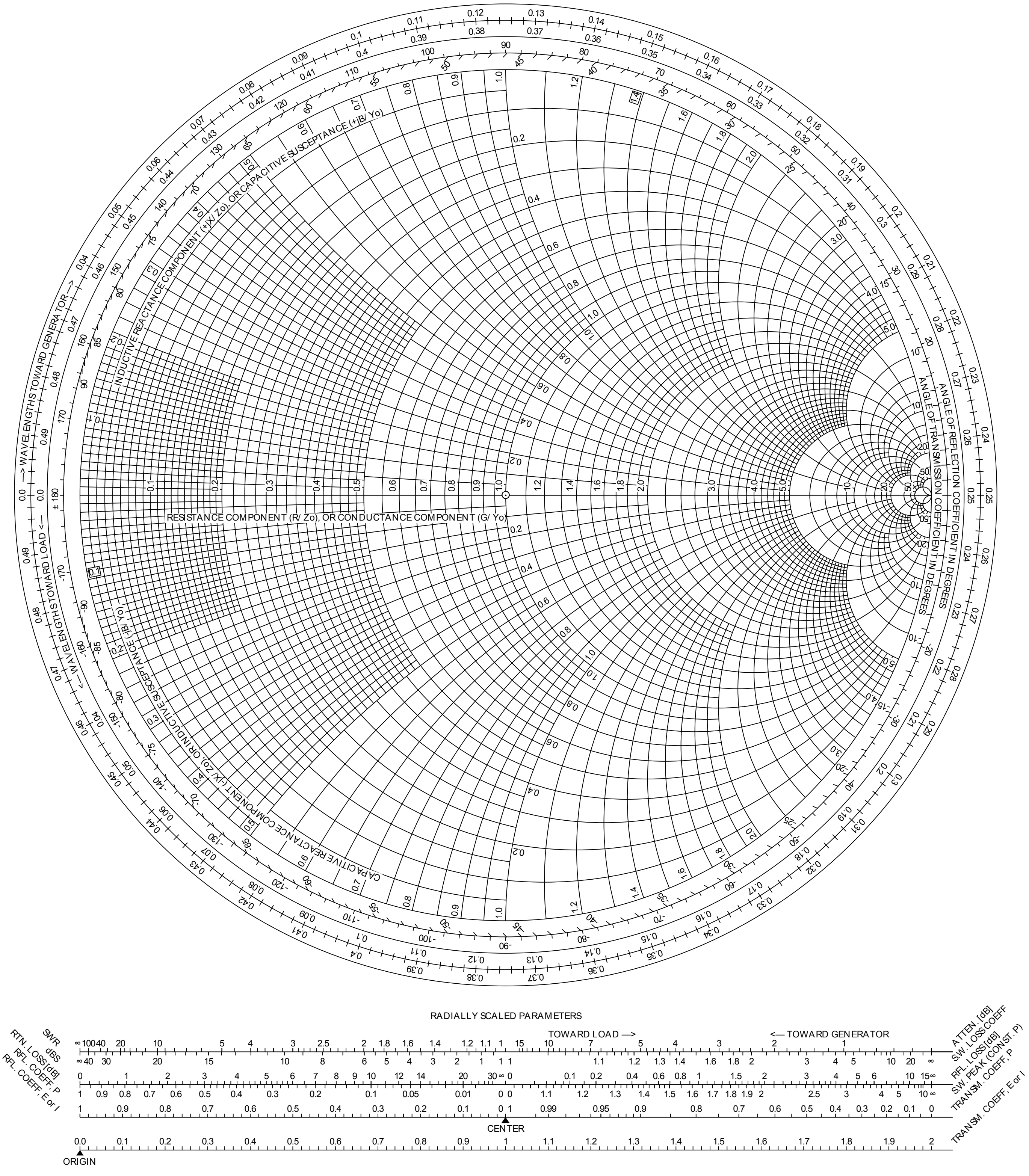
Lösung:
Bestimme die Drehungen (um den Ursprung) der Ortspunkte durch die Leitung.

Frequenz	$\lambda//\mathrm{cm}$	el. Länge/λ	$\Phi_{\Gamma,1}/\lambda$	$\Phi_{\Gamma,2}/lambda$
200 MHz	150	$1/15 \approx 0,07$	0,347	0,42
500 MHz	60	$1/6 \approx 0,167$	0,360	0,53=0,03
2 GHz	15	$1/1,5 \approx 0,667$	0,146	0,81=0,31
4 GHz	7,5	$1/0,75 \approx 1,33$	0,161	1,50=0,00

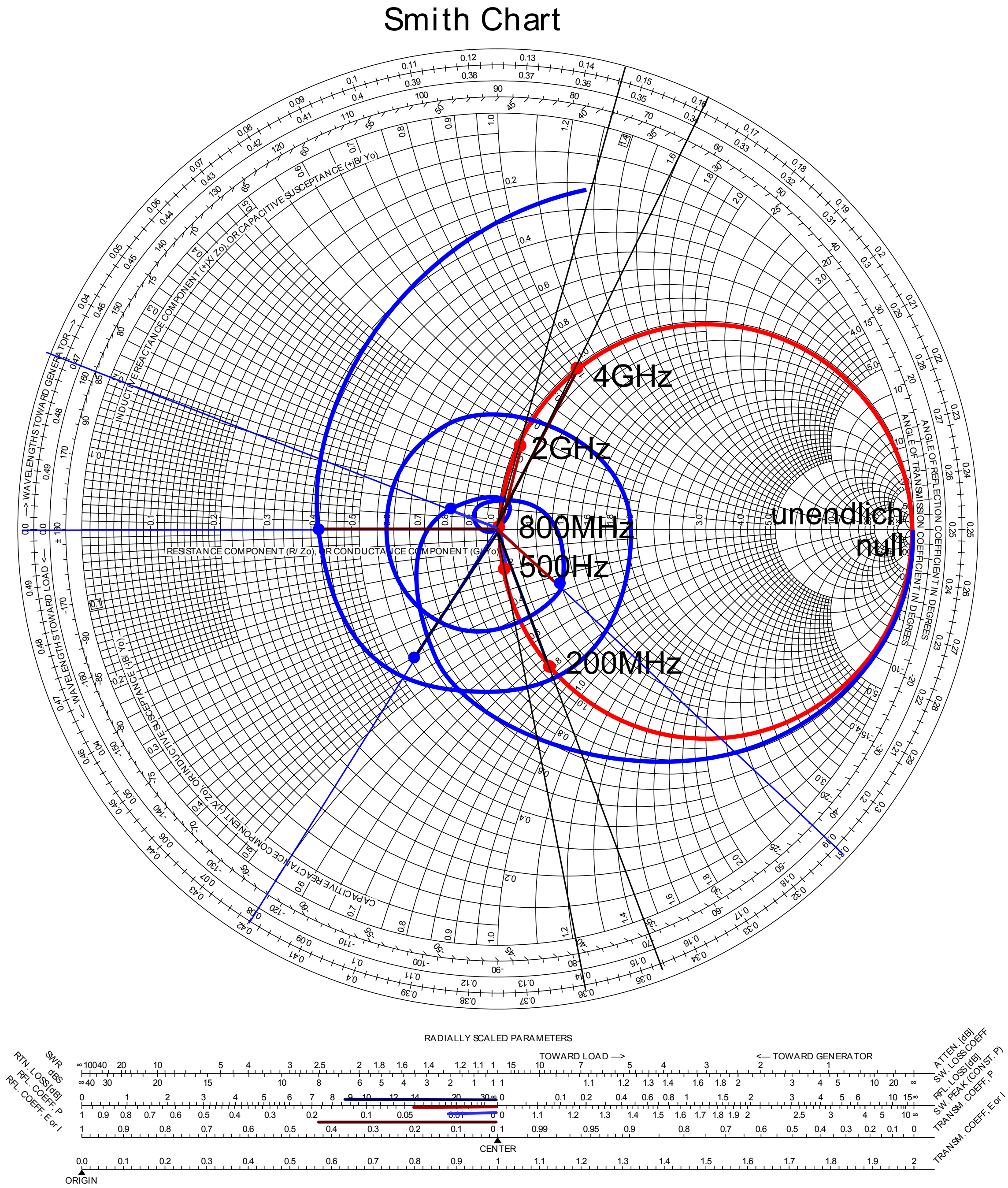
Bei der Frequenz Null verhält sich die Schaltung nach wie vor wie ein Leerlauf. Bei sehr hoher Frequenz ist der eigentliche Resonator wiederum ein Leerlauf, allerdings ist die wirkliche Phase nicht anzugeben, da sie je nach Wellenlänge stark variiert. Die ortskurve wird also immer wieder zykisch das SD umlaufen.

Die Filterkurve hat sich nicht verändert, da ja nur die Phase gedreht wurde, der Betrag aber nciht geändert wurde.

Smith Chart

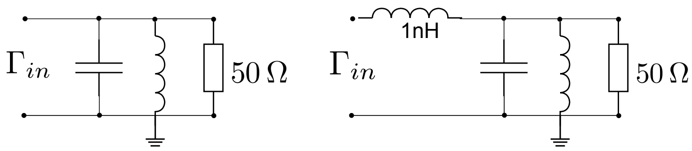

RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST. P)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN

Lösung:


Smith Chart
4GHz
2GHz
800MHz
500Hz
200MHz
unendlich
null
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
CENTER
ORIGIN

3 Smith-Diagramm

Lösen Sie die folgenden Aufgaben grafisch im Smith-Diagramm und vergessen Sie nicht, dieses beizulegen! Tipp: Diese Aufgabe ist mir Sorgfalt erheblich leichter zu lösen als mit Kreativität!



Ein Parallel-Resonanzkreis (im obigen Bild links) hat einen Impedanzverlauf des Eingangsreflexionsfaktors Γ_{in} wie im Smith-Diagramm gezeigt.

(a) Wie groß ist die Resonanzfrequenz?

Lösung:
Resonanz ist bei 5 GHz erreicht, dieses ist der Punkt im SD, der am dichtesten am Ursprung liegt.

(b) Bestimmen Sie für die angegebenen Frequenzen den Betrag der Leistungsreflexion in dB und tragen Sie diesen über der Frequenz auf!

Lösung:
Siehe auch Lösung im SD und Tabellarische Werte

f/GHz	Reflexion in dB
2.0	-1,5
3.0	-4,2
3.5	-6,5
4.0	-10
4.5	-15,5
5.0	$-\infty$
5.5	-16
6.0	-11,3
6.5	-7,8
7.0	-4,2
8.0	-1,6

(c) Geben Sie die Bandbreite an, in der die Anpassung besser als 10 dB ist!

Lösung:
Das ist ca. von 4 bis 6 GHz, als 2 GHz Bandbreite.

(d) Wie im obigen Bild rechts gezeigt liegt in Serie zu dem Resonanzkreis eine (parasitäre) Induktivität der Größe 1 nH. Berechnen Sie die Ortskurve von Γ_{in} dieser Schaltung und zeichnen Sie sie ins Smith-Diagramm! Ergänzen Sie über die gegebenen Frequenzen hinaus die Werte für Frequenzen sehr klein (0) und sehr groß (∞)!

Zur Vereinfachung können Sie folgende Tabelle verwenden:

f/GHz	$\omega = 2\pi f$*s
2,0	$13 \cdot 10^9$
3,0	$19 \cdot 10^9$
3,5	$22 \cdot 10^9$
4,0	$25 \cdot 10^9$
4,5	$28 \cdot 10^9$
5,0	$31 \cdot 10^9$
5,5	$35 \cdot 10^9$
6,0	$38 \cdot 10^9$
6,5	$41 \cdot 10^9$
7,0	$44 \cdot 10^9$
8,0	$50 \cdot 10^9$

Lösung:
Ergänze zunächst die Tabelle, indem ich für jede Frequenz $X' = \omega L/Z_0$ $Z_0 = 50\,\Omega$, $L = 1\,$nH berechne.

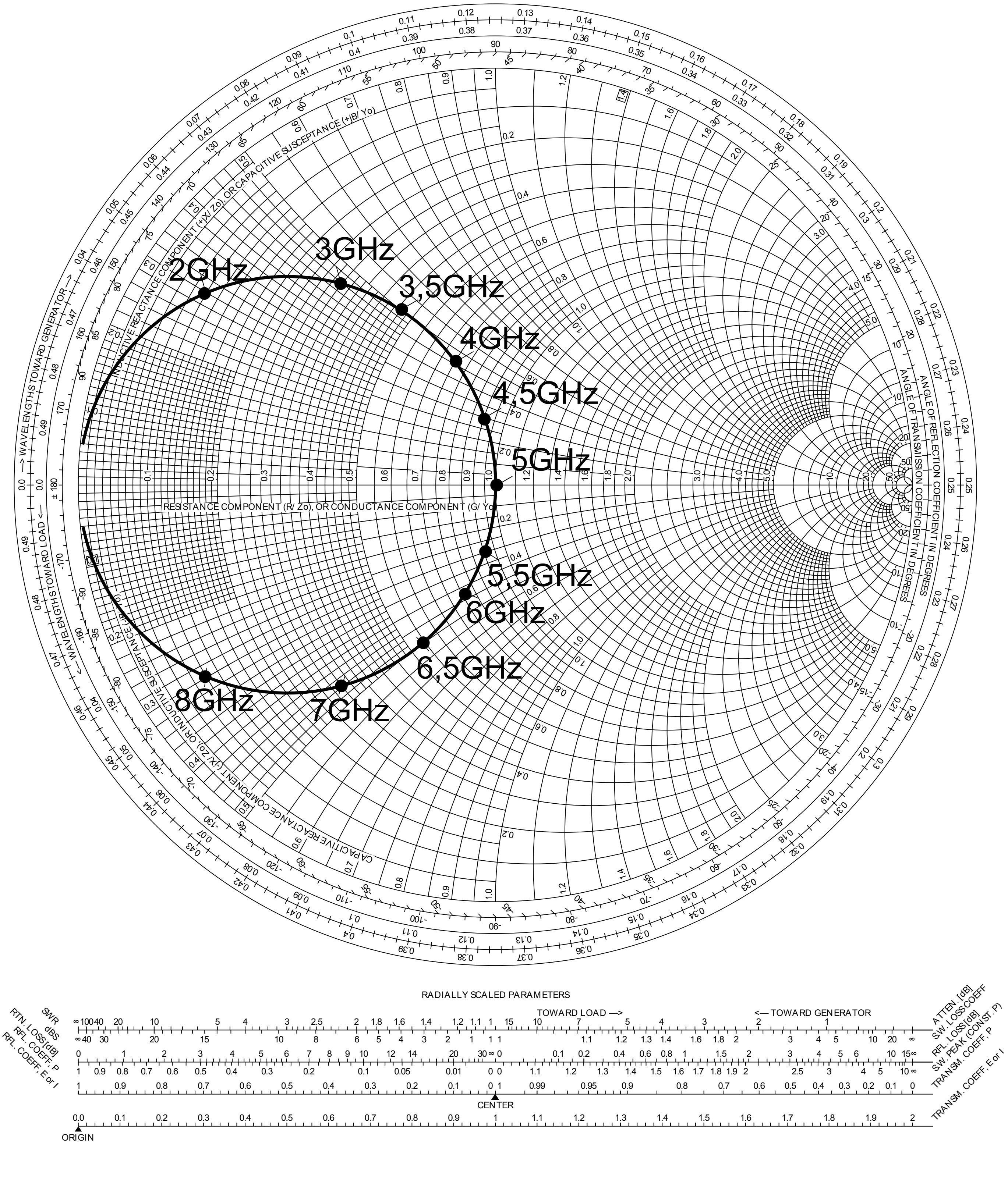
f/GHz	$\omega = 2\pi f$*s	X'
2,0	$13 \cdot 10^9$	0,26
3,0	$19 \cdot 10^9$	0,38
3,5	$22 \cdot 10^9$	0,44
4,0	$25 \cdot 10^9$	0,50
4,5	$28 \cdot 10^9$	0,56
5,0	$31 \cdot 10^9$	0,62
5,5	$35 \cdot 10^9$	0,70
6,0	$38 \cdot 10^9$	0,76
6,5	$41 \cdot 10^9$	0,82
7,0	$44 \cdot 10^9$	0,88
8,0	$50 \cdot 10^9$	1,00

Und dann entsprechend ins SD eingetragen... (ist hinten angehängt)

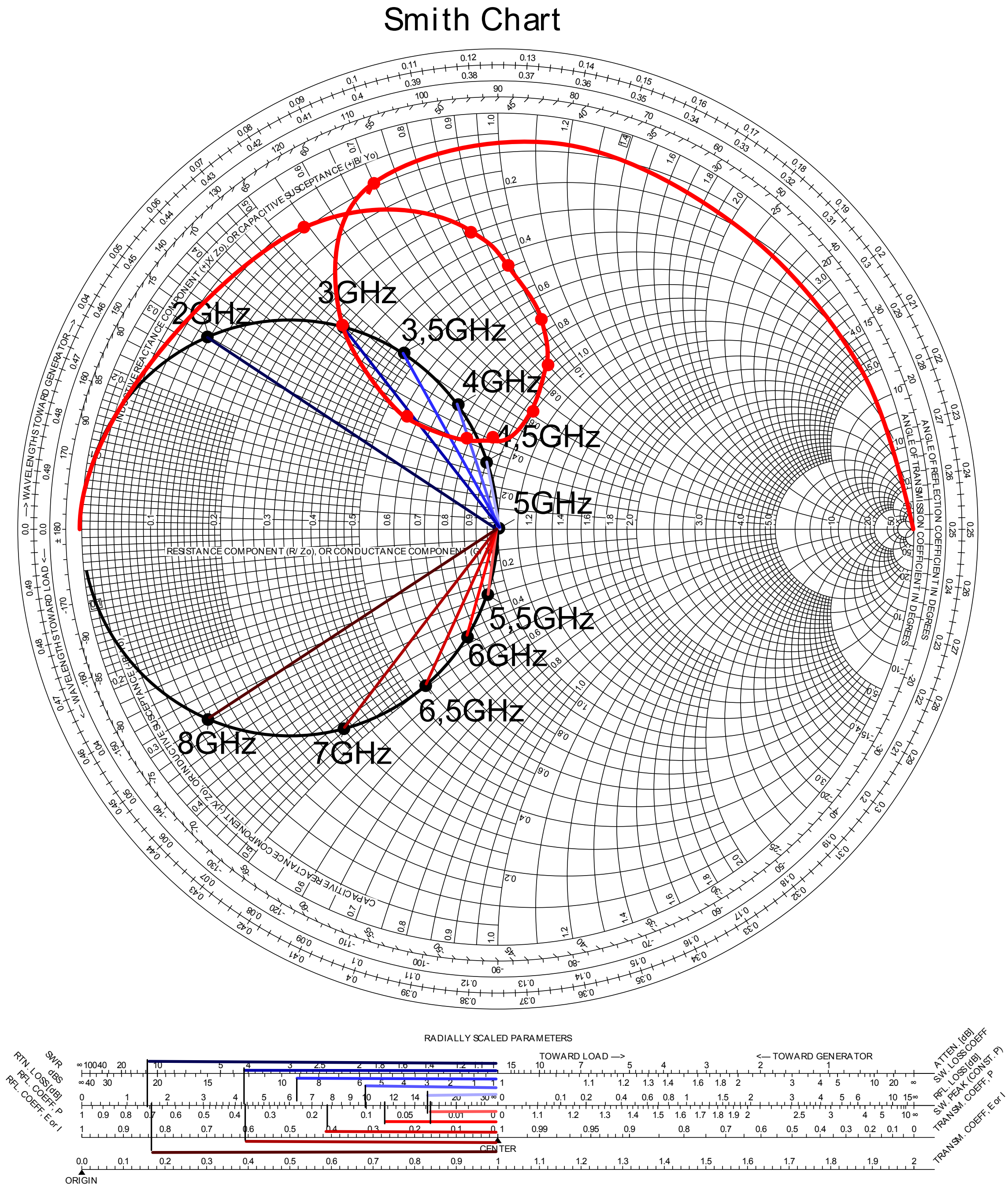
(e) Geben Sie nun die Resonanzfrequenz an!

Lösung:
Das sind jetzt ca. 5,5 GHz, also der Punkt, der dem Ursprung des SD am nächsten liegt.

Smith Chart

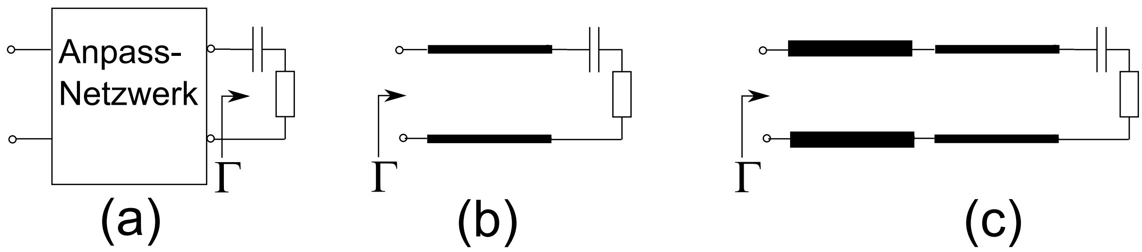

2GHz
3GHz
3,5GHz
4GHz
4,5GHz
5GHz
5,5GHz
6GHz
6,5GHz
7GHz
8GHz
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
S.W. LOSS [dB]
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST. P)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN

Lösung:


Smith Chart
2GHz
3GHz
3,5GHz
4GHz
4,5GHz
5GHz
5,5GHz
6GHz
6,5GHz
7GHz
8GHz
RESISTANCE COMPONENT (R/Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/Yo)
—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST. P)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN

4 Smith-Diagramm und Leitungstheorie

Lösen Sie die folgenden Aufgaben grafisch im Smith-Diagramm und vergessen Sie nicht, dieses beizulegen!



Die Reihenschaltung der Kapazität mit dem Widerstand hat bei der betrachteten Frequenz die Impedanz $Z = 50\Omega - j100\Omega$. Die Spannungsquelle hat eine Eingangsimpedanz von 50Ω, führen Sie sämtliche Berechnungen im Smith-Diagramm auf diesem Impedanzniveau aus.

(a) Zeichnen Sie den Wert der Impedanz in das Smithdiagramm ein und geben Sie Reflexionsfaktor nach Betrag und Phase sowie die Leistungsreflexion an.

Lösung:
Siehe Smith-Diagramm am Ende, Mathematische Lösung ist:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{Z_L - Z_G}{Z_L + Z_G} = \frac{1+2j-1}{1+2j+1} \\ &= \frac{2j}{2+2j} = \frac{-j(1+j)}{2} \\ &= \frac{1}{2} - j\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Der Betrag ist also $|\Gamma| = \frac{1}{\sqrt{2}}$, die Phase ist $-45°$. Und die Leistungsreflexion beträgt also $|\Gamma|^2 = \frac{1}{2}$

(b) Mit welchem Anpassungsnetzwerk können Sie die o.g. Impedanz an die gegebene Quelle anpassen. Zeichnen Sie das Schaltbild des Anpassungsnetzwerkes und geben Sie die notwendige(n) Impedanz(en) an. Zeichnen Sie die Ortskurve ("Trajectory") der Anpassung in das Smith-Diagramm!

Lösung:
Hierbei handelt es sich einfach um eine Serienkapazität (wird nicht gezeichtnet, kann man sich denken). Ihr Scheinwiderstand muss $+j100\,\Omega$ betragen.

(c) Wie in Bild (b) gezeigt, befindet sich nun zwischen Quelle und o.g. Impedanz eine Leitung ($Z_c = 50\Omega$) der elektrischen Länge $\beta l = 60°$. Zeichnen Sie die Ortskurve dieser Leitung und geben Sie die Impedanz an, die am Eingang der Leitung zu messen ist.

Lösung:
Für den Weg siehe im Smithdiagramm. Abgelesen wurden $Z_c = (0,18 - j0,16) \cdot 50\,\Omega$.

(d) Mit welcher (minimalen) elektrischen Leitungslänge βl können Sie die ursprüngliche Impedanz so transformieren, dass ihr Imaginärteil verschwindet. Wie groß ist der dann Realteil.

Lösung:
Nun muss man also noch etwas weiter drehen, so dass der Punkt auf der reellen Achse zum liegen kommt. Zu drehen ist noch um $2\beta l = 180° - 45° = 135°$. Dieses entspricht einer Länge von $l = \frac{135°}{2} \cdot \frac{1}{360°} \lambda = 0,1875\,\lambda$. Abgelesen wird damit eine reelle Impedanz von $Z_d = 0,17 \cdot 50\,\Omega = 8,5\,\Omega$.

(e) An die Leitung, die in Punkt (d) ermittelt wurde, wird nun eine $\lambda/4-$Leitung in Serie geschaltet, wie in Bild (c) angedeutet. Berechnen Sie die Impedanz dieser Leitung, um das Ergebnis aus (d) an die Quelle ($Z = 50\Omega$)anzupassen. Hinweis: Dieses muss nicht im Smith-Diagramm erfolgen, und wenn Sie mit (d) Schwierigkeiten hatten, nehmen Sie einen Realteil von 12,5 Ω an!

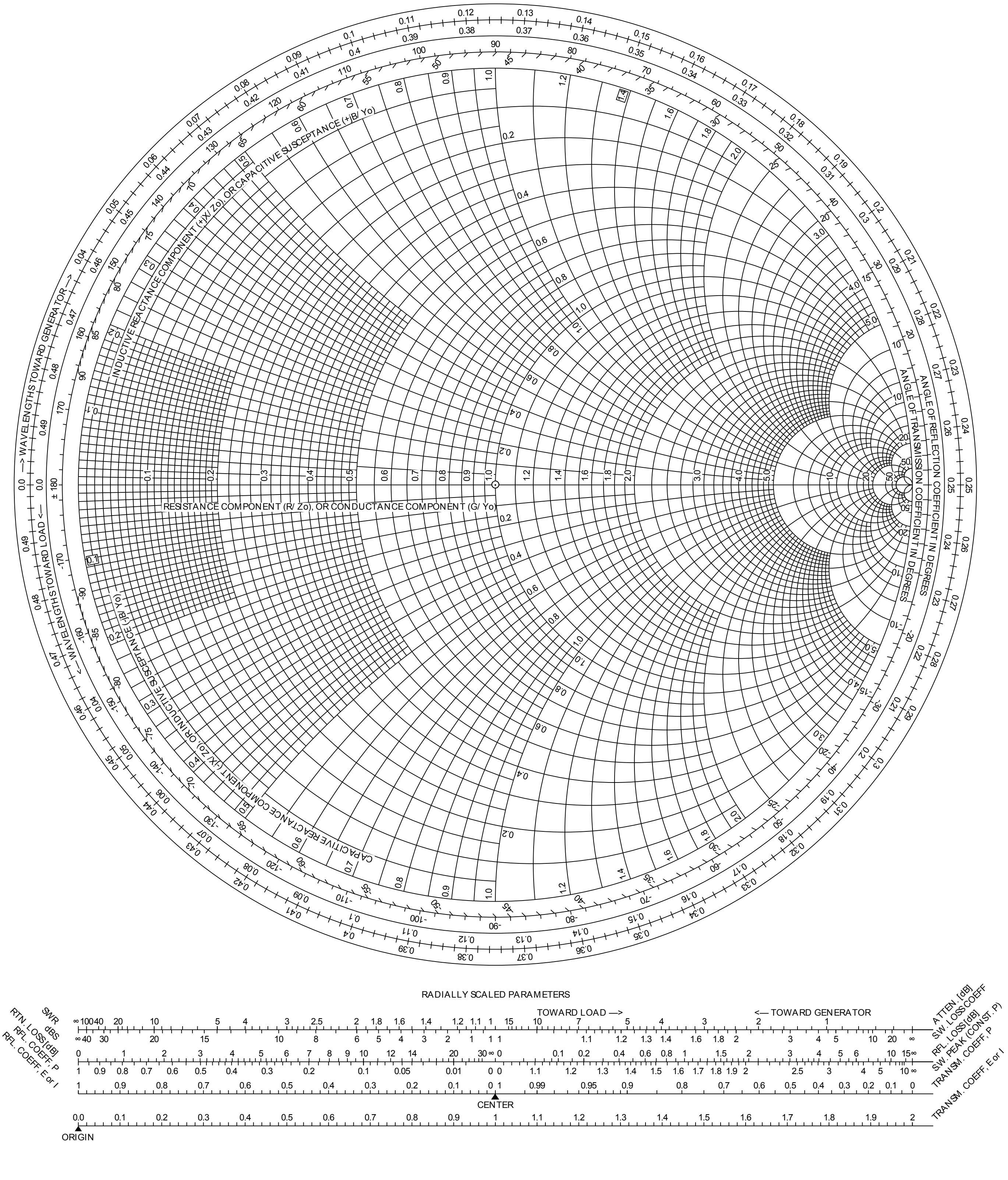
Lösung:
Mit der richtigen Lösung aus (d) folgt:

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{Z_0^2}{Z_L} \\ Z_0 &= \sqrt{Z_{in} Z_L} = \sqrt{8,5 \times 50}\,\Omega \\ &= 20,62\,\Omega \end{aligned}$$

Und mit $12,5\,\Omega$ ergibt sich dann

$$\begin{aligned} Z_{in} &= \frac{Z_0^2}{Z_L} \\ Z_0 &= \sqrt{Z_{in} Z_L} = \sqrt{12,5 \times 50}\,\Omega \\ &= 25\,\Omega \end{aligned}$$

Smith Chart



RESISTANCE COMPONENT (R/ Zo), OR CONDUCTANCE COMPONENT (G/ Yo)
INDUCTIVE REACTANCE COMPONENT (+jX/ Zo), OR CAPACITIVE SUSCEPTANCE (+jB/ Yo)
CAPACITIVE REACTANCE COMPONENT (-jX/ Zo), OR INDUCTIVE SUSCEPTANCE (-jB/ Yo)
—> WAVELENGTHS TOWARD GENERATOR —>
<— WAVELENGTHS TOWARD LOAD <—
ANGLE OF REFLECTION COEFFICIENT IN DEGREES
ANGLE OF TRANSMISSION COEFFICIENT IN DEGREES
RADIALLY SCALED PARAMETERS
TOWARD LOAD —>
<— TOWARD GENERATOR
SWR
dBS
RTN. LOSS [dB]
RFL. COEFF, P
RFL. COEFF, E or I
ATTEN. [dB]
S.W. LOSS COEFF
S.W. LOSS [dB]
RFL. LOSS [dB]
S.W. PEAK (CONST. P)
TRANSM. COEFF, P
TRANSM. COEFF, E or I
CENTER
ORIGIN

Lösung:

Smith Chart