Konsequenzen der Telegraphengleichungen

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -R' \cdot i - L' \cdot \frac{\partial i}{\partial t}$$

wegen $R', G' \neq 0$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -G' u - C' \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$$

NICHT Dispersionsfrei

Zeitharmonischer Ansatz $u(x,t) = u = u(x) \cdot e^{j\omega t}$

$i(x,t) = i = i(x) \cdot e^{j\omega t}$

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} = (-R' - j\omega L') \cdot i(x) \; ; \; \frac{\partial i(x)}{\partial x} = (-G' - j\omega C') \cdot u(x)$$

Ortsabhängigkeit gedämpfte Wellen

$u(x) = U_1 \cdot e^{\gamma x} + U_2 e^{-\gamma x}$ $\qquad \gamma = \alpha + j\beta$

$i(x) = J_1 \cdot e^{\gamma x} + J_2 e^{-\gamma x}$

$$\gamma U_1 \cdot e^{\gamma x} - \gamma U_2 e^{-\gamma x} = (-R' - j\omega L')(J_1 e^{\gamma x} + J_2 e^{-\gamma x})$$

$$\gamma J_1 e^{\gamma x} - \gamma J_2 e^{-\gamma x} = (-G' - j\omega C')(U_1 e^{\gamma x} + U_2 e^{-\gamma x})$$

muss für jeden Ort x gelten. also für $e^{\gamma x}, e^{-\gamma x}$ getrennt

$\gamma U_1 = (-R' - j\omega L') \cdot J_1 \quad ; \quad \gamma U_2 = (-R' - j\omega L') J_2$

$\gamma J_1 = (-G' - j\omega C') U_1 \quad ; \quad \gamma J_2 = (-G' - j\omega C') U_2$

$$\gamma^2 U_1 = (-R' - j\omega L')(-G' - j\omega C') \cdot U_1$$

$$\gamma = \pm \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \overset{R', G' = 0}{\Longrightarrow} \gamma = \pm j\omega \sqrt{L'C'}$$

$$\frac{U_1}{J_1} = \frac{(-R' - j\omega L')}{\gamma} = -\sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} = Z_0$$

$$\Rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$$

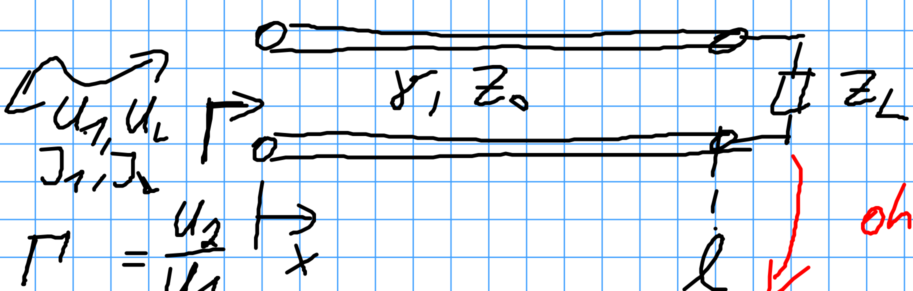
$$\frac{U_2}{J_2} = \frac{-R' - j\omega L'}{\gamma} = -\sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} = -Z_0$$

Zusammenhänge auf der Leitung

a) Ausbreitung mit $\gamma = \pm\sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$

b) Verhältnis von U und J über den Wellenwiderstand $Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$

Reflexionskoeffizient



$$\Gamma = \frac{U_2}{U_1}$$

ohm'sches Gesetz an $x = l$

Randbedingung $\quad u(l) = Z_L \cdot i(l)$

$$\frac{u(l)}{i(l)} = Z_L = \frac{U_1 \cdot e^{\gamma l} + U_2 \cdot e^{-\gamma l}}{J_1 \cdot e^{\gamma l} + J_2\, e^{-\gamma l}} = \frac{U_1 \cdot e^{\gamma l} + U_2\, e^{-\gamma l}}{\frac{U_1}{Z_0} \cdot e^{\gamma l} - \frac{U_2}{Z_0} \cdot e^{-\gamma l}}$$

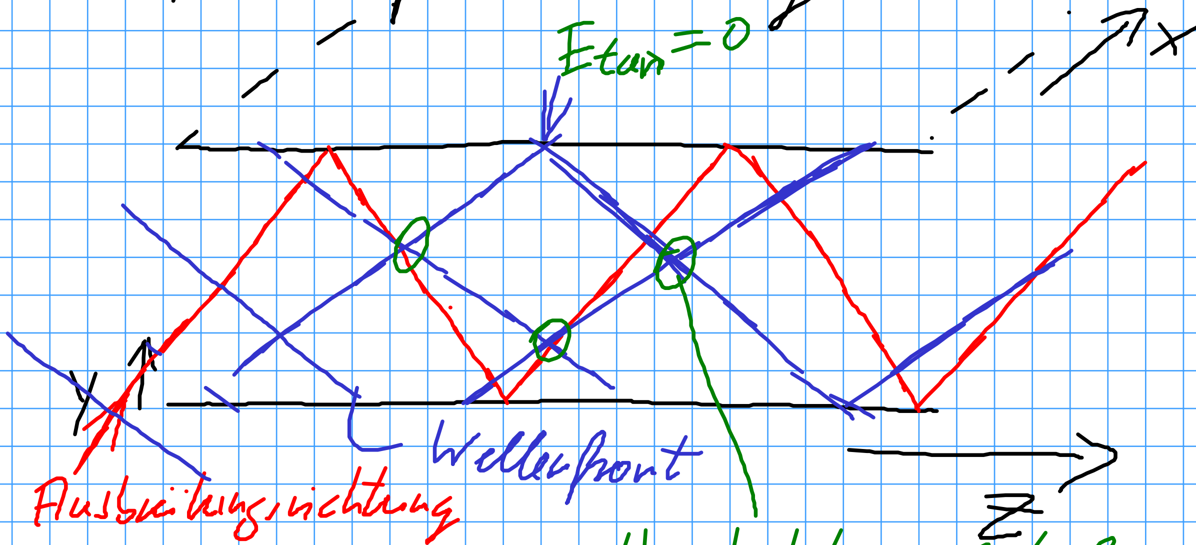
$$\Leftrightarrow \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{1 + \frac{U_2}{U_1} \cdot e^{-2\gamma l}}{1 - \frac{U_2}{U_1} \cdot e^{-2\gamma l}}$$

$$\frac{Z_L}{Z_0}\cdot\left(1-\frac{U_L}{U_1}\cdot e^{-2\gamma l}\right)=1+\frac{U_L}{U_1}\cdot e^{-2\gamma l}$$

$$\frac{U_L}{U_1}\cdot e^{-2\gamma l}\cdot\left(1+\frac{Z_L}{Z_0}\right)=\frac{Z_L}{Z_0}-1$$

$$\Gamma=\frac{U_L}{U_1}=e^{2\gamma l}\cdot\frac{\frac{Z_L}{Z_0}-1}{\frac{Z_L}{Z_0}+1}=e^{2\gamma l}\cdot\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

Parallelplattenleitung

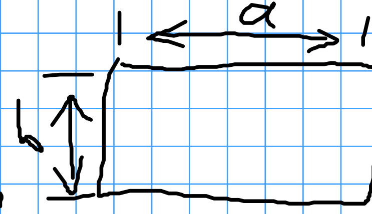


Konstruktive Interferenz
des Zick-Zack-Weges.

$\Rightarrow$ d.h. Spezielle Ausbreitungsbedingungen hängen von Wellenlänge & Einstrahl/Reflexionswinkel ab

Entwurf eines Rechteckhohlleiters

$f = 10\,GHz$ bis $15\,GHz$ als einmodiger Bereich.



⇒ Grenzwellenlänge $\lambda_c < 30\,mm$

große Breite des Rechteckhohlleiters: $a \geq 15\,mm$

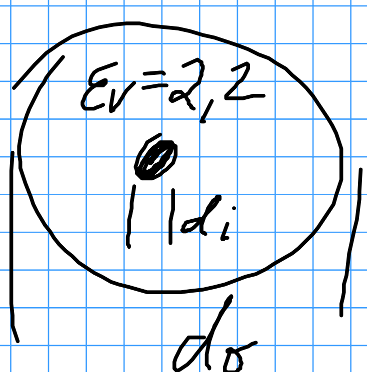
bei $15\,GHz$ Wellenlänge $\lambda = 20\,mm$

kleine Breite des Hohlleiters $b \leq 10\,mm$

Wähle nun $a = 18\,mm$; $b = 9\,mm$

$f = 8{,}3\,GHz$ $\qquad 16{,}7\,GHz$

RG-58



$d_i = 0{,}9\,mm$

$d_o = 2{,}95\,mm$

Signalflußgrafen

Beschreibe eine lineare Beziehung mit

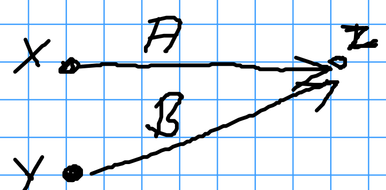
Knoten $\overset{x}{\cdot}$ Knoten haben einen Wert z.B. x

Und Grafen $\xrightarrow{A}$ Grafen haben Wert & Richtung

Beziehung $y = A \cdot x$ wird dargestellt als

$x \xrightarrow{A} y$

Treffen mehrere Grafen an einem Knoten zusammen so werden ihre Ergebnisse addiert

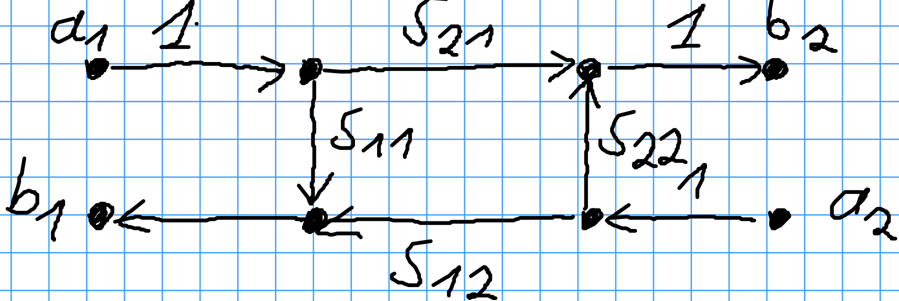


$z = A \cdot x + B \cdot y$

Randbemerkung: Ein Graf belastet den Ursprungsknoten nicht.

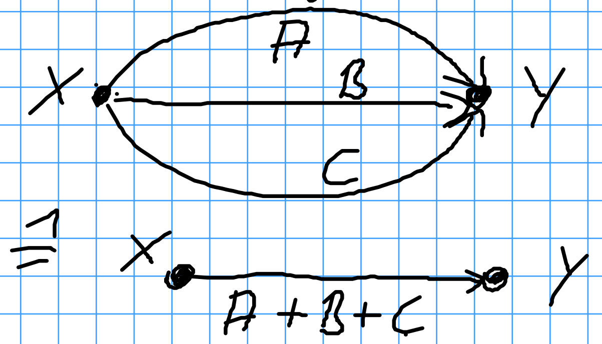
Lineares Gleichungssystem für 4-Pol mit S-Parametern

$$\underset{\text{Ergebnisk.}}{\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}} = \underbrace{\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}}_{\text{Grafen}} \underset{\text{Ursprungsknoten}}{\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}}$$



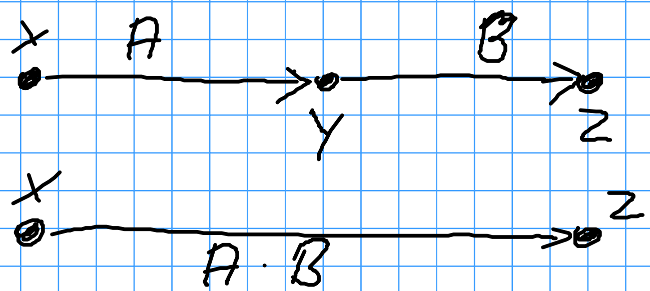
Rechenregeln

1



$$Y = A \cdot x + B \cdot x + C \cdot x$$
$$= (A + B + C) \cdot x$$

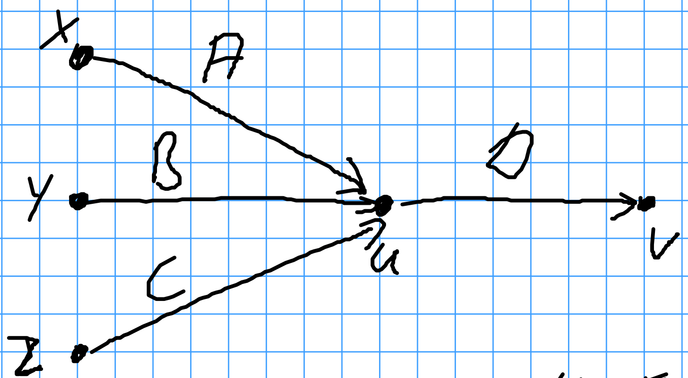
2

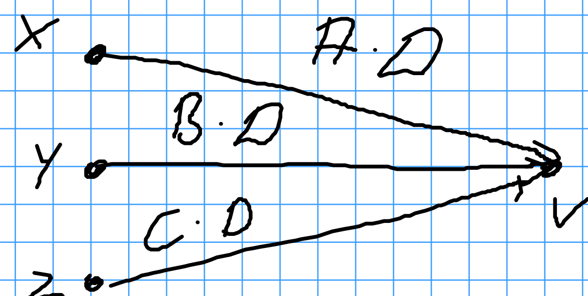


$$Z = B \cdot Y \qquad Y = A \cdot x$$
$$= A \cdot B \cdot x$$

Wert von y ist nicht mehr erreichbar

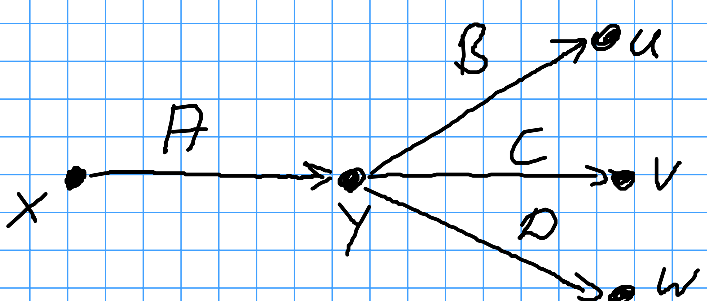
3

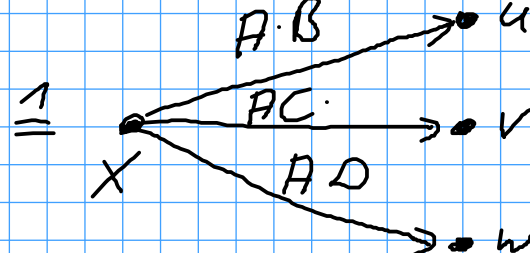




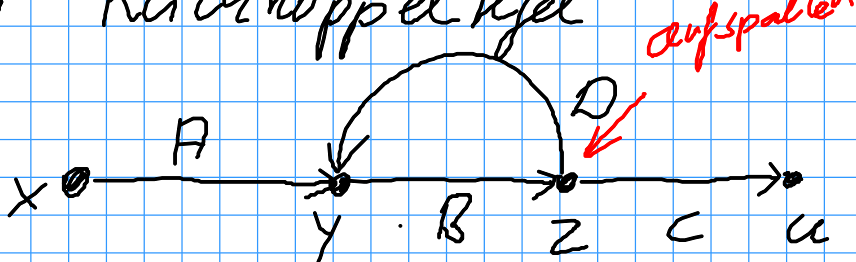
u ging verloren

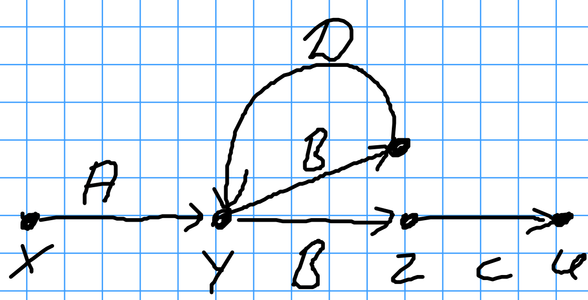
4

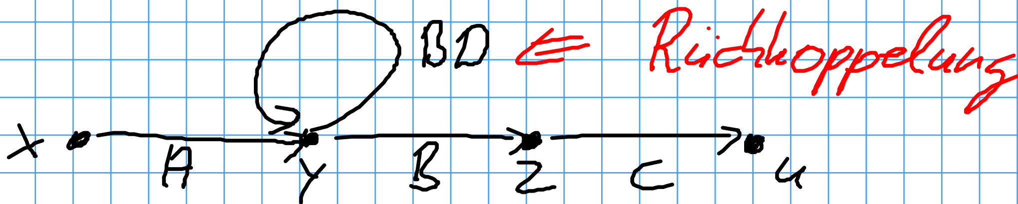




5 Rückkoppelregel

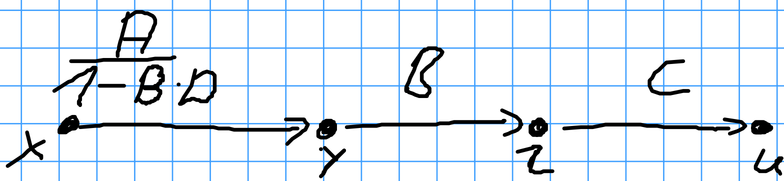






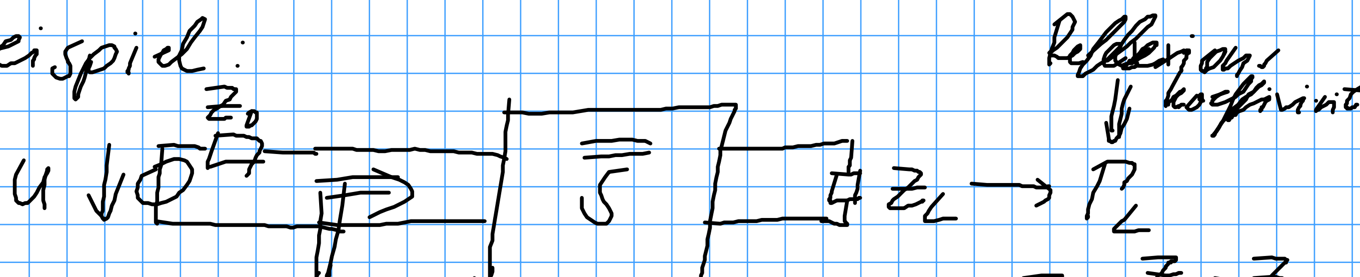
$$Y = A \cdot x + B \cdot D \cdot Y \Leftrightarrow Y \cdot (1 - B \cdot D) = A \cdot x$$

$$\Leftrightarrow Y = \frac{A}{1 - B \cdot D} \cdot x$$



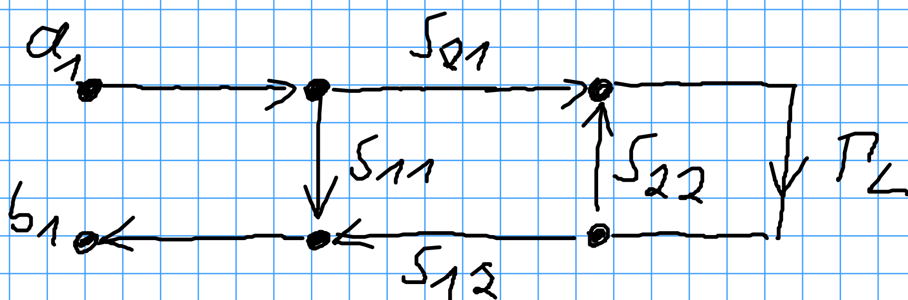
Rückkopplungsschleifen werden aufgelöst, indem man die Werte der zuliefernden Äste durch 1 − die Schleifenverstärkung dividiert.

Beispiel:

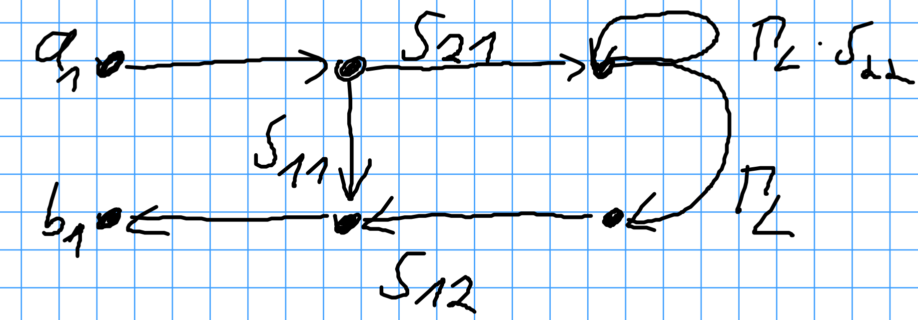


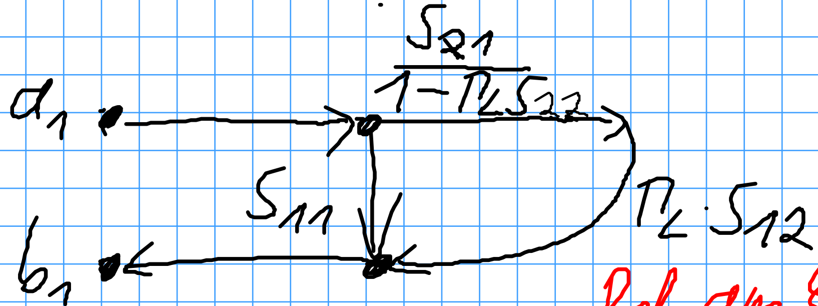
$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

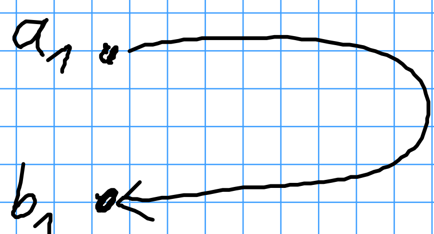
Gesucht: Reflexionskoeffizient am Eingang



Gesucht $b_1 / a_1 = \Gamma_{in}$







Ref. am Eingang

$$S_{11} + \frac{S_{21}\Gamma_L S_{12}}{1-\Gamma_L S_{22}} = \Gamma_{in}$$

Rückkoppelschleife

Berechnung ohne SFG

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$a_2 = \Gamma_L \cdot b_2$; a_1 gegeben

untere Gleichung: $b_2 = S_{21} \cdot a_1 + \Gamma_L \cdot S_{22} \cdot b_2$

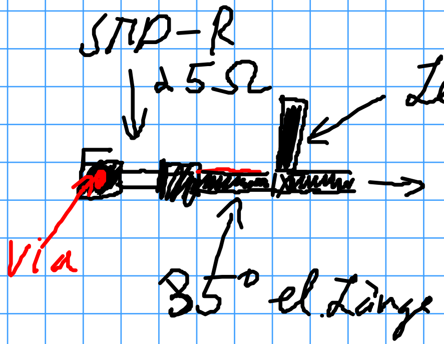
$$\Leftrightarrow b_2 = \frac{S_{21} a_1}{1-\Gamma_L S_{22}} \rightarrow a_2$$

und in erste Gleichung eingesetzt

$$b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot \frac{S_{21}\Gamma_L \cdot a_1}{1-\Gamma_L \cdot S_{22}}$$

$$= \left(S_{11} + \frac{S_{21}\Gamma_L S_{12}}{1-\Gamma_L S_{22}}\right) a_1$$

Anpassung / Notizen

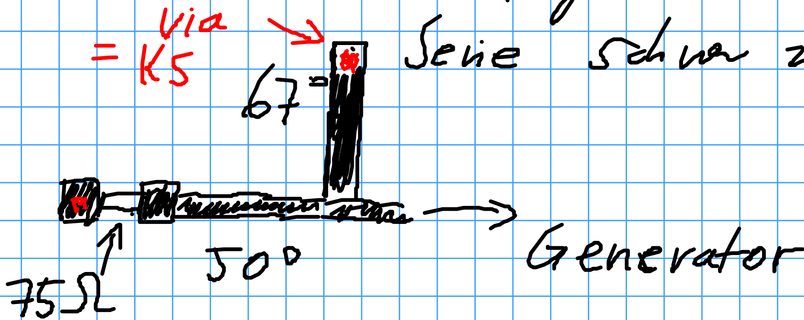


Leerlaufende Leitung el. $l = 35°$

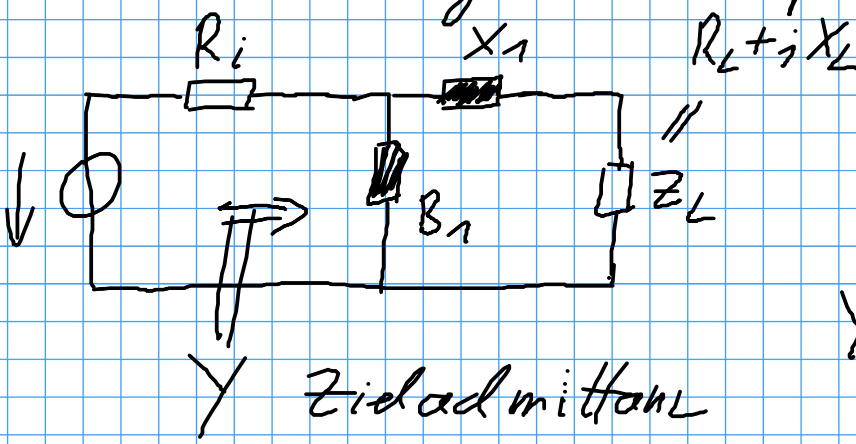
→ zum Generator mit 50Ω

Anpassung von 75Ω auf 50Ω

Problem: Kurzgeschlossene MS-Leitung in Serie schwer zu realisieren



Berechnung des Anpassnetzwerkes



$$Y = jB_1 + \frac{1}{Z_L + jX_1}$$

$$Y = G + jB$$

(bspw. wird $G = \frac{1}{R_i}$ gewählt und $B = 0$, dann liegt Anpassung an den Generator vor)

$$G + jB = jB_1 + \frac{1}{R_L + j(X_L + X_1)}$$

$$= jB_1 + \frac{R_L - j(X_L + X_1)}{R_L^2 + (X_L + X_1)^2}$$

Realteil: $$G = \frac{R_L}{R_L^2 + (X_L + X_1)^2}$$

$$\frac{R_L}{G} - R_L^2 = (X_L + X_1)^2$$

Radikand muss >0 sein

$$\Leftrightarrow \quad X_1 = -X_L \pm \sqrt{\frac{R_L}{G} - R_L^2}$$

Vorzeichen der Wurzel wählbar

X_1 muss X_L kompensieren

bestimmt das Element – $X_1 < 0$ Cap
– $X_1 > 0$ Ind.

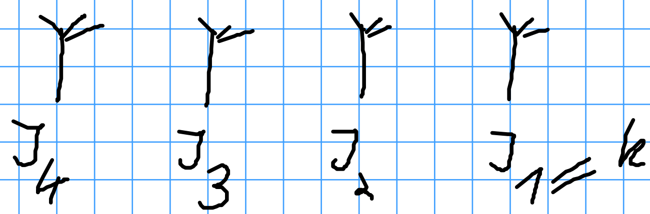
Es muss gelten $$\frac{R_L}{G} - R_L^2 > 0$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{G} > R_L$$ sein

geht nur für niederohmige R_L

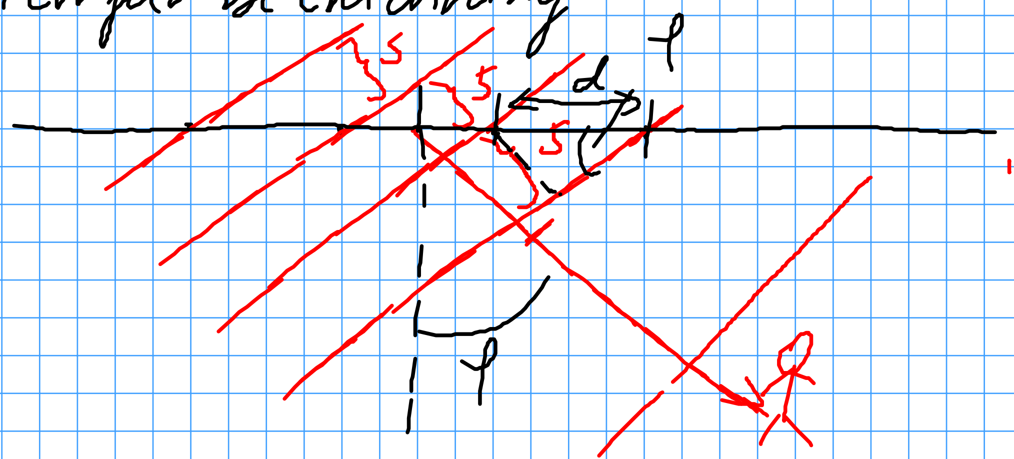
Weiterhin

$$B_1 = B + \frac{X_1 + X_L}{R_L^2 + (X_1 + X_L)^2}$$

Berechnung von Antennenarrays



Fernfeldbetrachtung



$s = d \cdot \sin\varphi$

Relativ zur 1. Wellenfront haben die anderen Wellenanteile einen zusätzlichen Weg von $(k-1)\cdot s = (k-1)\cdot d \cdot \sin\varphi$ zurück zu legen

Phase der Wellenausbreitung (Ebene Welle)

$$e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\cdot r} \qquad r: \text{Abstand}$$

Im Beobachtungspunkt überlagern sich die Wellen, so dass man

$$J_{ges} = \left(\sum_{k=1}^{N} J_k \cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\cdot(k-1)\cdot d\cdot\sin\varphi}\right)\cdot e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\cdot r}$$

r hier Abstand von der ersten Antenne

$I = |I_k|$ alle gleich, Phase I_k alle gleich

$d = \frac{\lambda}{2}$ $\quad N = 4$

$$\Rightarrow I_{ges} = I \sum_{k=1}^{4} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}\cdot(k-1)\cdot\frac{\lambda}{2}\cdot\sin\varphi}$$

$$= I \sum_{k=1}^{4} e^{-j\pi\cdot(k-1)\cdot\sin\varphi}$$

$$= I\left(1+e^{-j\pi\sin\varphi}+e^{-j2\pi\sin\varphi}+e^{-j3\pi\sin\varphi}\right)$$

$\varphi = 0° \rightarrow = I\cdot 4 = I\cdot(1+1+1+1)$

$\varphi = 90° \rightarrow = I\cdot(1-1+1-1) = 0$

$\varphi = 30° \rightarrow = I\cdot(1-j-1+j) = 0$

Phasenverschiebung der Anregungssignale I jeweils 180°

$-1 \quad 1 \quad -1 \quad 1$

$\varphi = 0° \rightarrow I_{ges} = 0$

$\varphi = 90° \rightarrow I_{ges} = 4$

$\varphi = 30° \rightarrow I_{ges} = 0$